P-3-4

N° d'ordre : 196

THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX I

POUR OBTENIR LE TITRE DE

DOCTEUR - INGÉNIEUR

PAR

Hervé HENRY

INGÉNIEUR E. S. E. R. B.

ASSISTANT A L'E. N. S. E. R. B.

Contribution à l'étude et à la réalisation d'un corrélateur analogique de grande sensibilité et à très large bande.

Soutenue le 28 juillet 1973, devant la Commission d'examen :

MM. J. RUAMPS, Professeur	*Président.*
G. BOUSSEAU, Professeur	*Examinateurs.*
A MORA, Docteur ès Sciences.....	
J. DELANNOY, Directeur de l'Observatoire de Bordeaux.....	*Invité*

— 1973 —

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549623_0018

N° d'ordre : 196

THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX I

POUR OBTENIR LE TITRE DE

DOCTEUR - INGÉNIEUR

PAR

Hervé HENRY

INGÉNIEUR E. S. E. R. B.
ASSISTANT A L'E. N. S. E. R. B.

Contribution à l'étude et à la réalisation d'un corrélateur analogique de grande sensibilité et à très large bande.

Soutenue le 28 juillet 1973, devant la Commission d'examen :

MM. J. RUAMPS, Professeur		*Président.*
G. BOUSSEAU, Professeur	}	*Examinateurs.*
A MORA, Docteur ès Sciences.....	}	
J. DELANNOY, Directeur de l'Observatoire de Bordeaux.....		*Invité*

— 1973 —

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

A Monsieur le Professeur RUAMPS,

A Monsieur le Professeur BOUSSEAU,

respectueux hommage

A mes Parents,

A mes Amis,

AVANT - PROPOS

Cette étude a été effectuée au Laboratoire de Physique Expérimentale en collaboration avec l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique et de Radioélectricité de Bordeaux.

Nous sommes très sensibles à l'honneur qu'a bien voulu nous faire Monsieur le Professeur J. RUAMPS, qui après nous avoir accueilli au Laboratoire de Physique Expérimentale, a accepté la présidence de ce Jury. Nous lui exprimons ici notre plus vive reconnaissance.

Nous adressons nos très vifs remerciements à Monsieur le Professeur G. BOUSSEAU, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique et de Radioélectricité de Bordeaux, pour l'aide très précieuse qu'il nous a apportée.

Nous exprimons toute notre gratitude envers Monsieur J. DELANNOY, Directeur de l'Observatoire de Bordeaux-Floirac, qui a bien voulu s'intéresser à notre étude et faire partie du Jury.

A Monsieur A. MORA, qui a dirigé nos recherches et dont les conseils qu'il nous a prodigués nous ont été si utiles au cours de ce travail, nous exprimons notre profonde reconnaissance.

Nous tenons à remercier Messieurs J. FLOC'H, P. BAYLOU et D. BASTARD, Maîtres-Assistants pour l'aide très amicale et la sympathie qu'ils n'ont cessé de nous manifester au cours de nos recherches.

Nos remerciements vont aussi à tous les membres du personnel de l'E. N. S. E. R. B. pour le dévouement qu'ils ont su nous apporter lors de la rédaction de ce mémoire.

S O M M A I R E

INTRODUCTION

CHAPITRE PREMIER : ETUDE DU CORRELATEUR A TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP

I-1. Etude des transistors à effet de champ au voisinage de l'origine 1

I-1-1. Généralités 1

I-1-2. Expression théorique de la conductance pour de faibles polarisations 2

I-1-3. Vérification expérimentale de la variation de la conductance autour de l'origine 6

Annexe : Méthode de mesure directe de la tension de pincement 9

I-2. Etude du corrélateur à un seul transistor à effet de champ 10

I-3. Etude complète du corrélateur symétrique à deux transistors à effet de champ 13

I-3-1. Elimination des termes quadratiques par un montage symétrique 13

I-3-2. Influence de la résistance de charge, de la conductance et de la tension de pincement 14

I-3-3. Etude du corrélateur réel : influence d'une légère dissymétrie 15

I-4. Réalisation pratique ; résultats obtenus 24

I-5. Mesure de faibles taux de corrélation : nécessité d'une amplification importante et d'une modulation 29

I-5-1. Définitions. Principe des mesures 29

I-5-2. Mesure de très faibles taux de corrélation 31

CHAPITRE DEUX : AMELIORATION DU FONCTIONNEMENT DU CORRELATEUR A L'AIDE DE MODULATIONS

II-1. Modulation du signal sur une voie 34

II-2. Spectre du signal de sortie du corrélateur 39

II-2-1. Fonction d'autocorrélation du signal de sortie du multiplieur 39
II-2-2. Spectre du signal sans modulation 41
II-2-3. Spectre du signal avec modulation 43

II-3. Démodulation synchrone 48

II-4. Introduction d'une seconde modulation 54
II-4-1. Nécessité d'une seconde modulation 54
II-4-2. Etude de la deuxième modulation. Schéma synoptique du corrélateur 57
II-4-3. Expressions des puissances de signal et de bruit ainsi que du rapport signal sur bruit à la sortie du corrélateur 61

II-5. Etude des caractéristiques des amplificateurs 70
II-5-1. Bande passante de l'amplificateur à 5 kHz 70
II-5-2. Bande passante de l'amplificateur à 0,5 Hz 71

CHAPITRE TROIS : AMPLIFICATION DU SIGNAL CORRELE

III-1. Elément de liaison entre le corrélateur et les amplificateurs 72
III-1-1. Utilisation d'un amplificateur différentiel . . . 72
III-1-2. Utilisation d'un transformateur 74

III-2. Etude de la liaison par transformateur à circuit secondaire accordé 77
III-2-1. Schéma équivalent 77
III-2-2. Obtention du signal de sortie maximum 77
III-2-3. Obtention du rapport signal sur bruit maximum . . 78
III-2-4. Réalisation pratique du transformateur 83

III-3. Préamplificateur à faible bruit et haute impédance d'entrée 85

III-4. Amplificateur à 5 kHz avec réseau sélectif en pont en double T 86
III-5. Amplificateurs sélectifs à 0,5 Hz 88

CHAPITRE QUATRE : REALISATION DES MODULATEURS ET DEMODULATEURS SYNCHRONES

IV-1. Modulation à la fréquence de 5 kHz 90
IV-1-1. Modulateur 90
IV-2-2. Démodulateur 92

IV-2. Modulation à la fréquence de 0,5 Hz 93
IV-2-1. Modulateur 93
IV-2-2. Démodulateur 95

IV-3. Compensation des retards et déphasages apportés par les amplificateurs 96

CHAPITRE CINQ : INTEGRATION DU SIGNAL CORRELE

V-1. Avantages de l'intégrateur sur le filtre passe-bas 99
V-1-1. Filtre passe-bas 99
V-1-2. Intégrateur 100
V-1-3. Conclusion 103

V-2. Intégration à l'aide d'un moteur 105

V-3. Intégration à l'aide d'un convertisseur tension-fréquence 107
V-3-1. Généralités 107
V-3-2. Description du fonctionnement du convertisseur type CTF 200 109
V-3-3. Compteur décompteur associé au convertisseur . . . 112

CHAPITRE SIX : BASE DE TEMPS ; SYSTEME SEQUENTIEL DE MESURE

VI-1. Schéma synoptique 116

VI-2. Oscillateur et diviseurs de fréquence 117

VI-3. Bistables de commande des modulateurs et démodulateurs . . . 117

VI-3-1. Bistables et amplificateurs de commande de la modulation à 5 kHz 117

VI-3-2. Bistables et amplificateurs de commande de la modulation à 0,5 Hz 117

VI-4. Générateur des séquences de chaque cycle de mesure 118

VI-5. Introduction d'une troisième modulation 119

CHAPITRE SEPT : REALISATION PRATIQUE ET MESURES

VII-1. Schéma synoptique complet du corrélateur 122

VII-2. Réalisation pratique 122

VII-2-1. Multiplieur et modulateurs 122

VII-2-2. Amplificateurs et démodulateurs 122

VII-2-3. Circuits logiques. Alimentations continues stabilisées 123

VII-2-4. Inconvénients dus aux émetteurs à modulation de fréquence 124

VII-2-5. Obtention du retard 125

VII-3. Analyse des mesures 126

VII-3-1. Expressions théoriques de la précision sur une mesure 126

VII-3-2. Précision calculée sur une mesure 129

VII-3-3. Précisions calculée et expérimentale sur plusieurs mesures 130

VII-3-4. Cas important du bruit blanc 130

VII-4. Tableaux récapitulatifs 132

VII-5. Mesures en autocorrélation 136

VII-5-1. Réponse en fréquence 136

VII-5-3. Expression théorique de la fonction d'autocorrélation 138

VII-5-4. Evaluation de la précision sur une mesure en intercorrélation 140

VII-6. Mesures en intercorrélation 142

VII-7. Utilisation du corrélateur 144
VII-7-1. Expérience d'HANBURY BROWN et TWISS 144
VII-7-2. Mesure de la durée de vie d'états atomiques excités 144

CONCLUSION 146

BIBLIOGRAPHIE 148

INTRODUCTION

La corrélation constitue une technique d'analyse temporelle dont les applications sont fort nombreuses. Parmi les plus importantes on peut citer : la détection de signaux périodiques noyés dans un bruit, l'analyse spectrale par transformation de FOURIER, la détermination des caractéristiques des systèmes linéaires (identification de processus), et de façon très générale l'étude du degré de dépendance de signaux aléatoires.

C'est ainsi que dans le cadre d'expériences de corrélation de photons effectuées au Laboratoire de Physique Expérimentale, Monsieur MORA nous a demandé de participer à l'étude et à la réalisation d'un corrélateur analogique à large bande et de grande sensibilité, afin de pouvoir mettre en évidence des taux de corrélation inférieurs à 10^{-6} entre des signaux, constitués par les fluctuations de courant anodique de photomultiplicateurs rapides, dont le spectre s'étend sur une centaine de mégahertz.

La difficulté de réalisation d'un tel corrélateur est essentiellement constituée par la conception d'un circuit capable d'effectuer, sur une grande étendue spectrale, la multiplication de deux signaux avec une très bonne linéarité vis à vis de chacun d'eux.

Parmi les divers systèmes possibles, nous avons retenu le multiplieur à transistors à effet de champ qui utilise la variation de la conductance du canal semi-conducteur en fonction de la tension appliquée à l'électrode de commande.

Après une étude expérimentale des caractéristiques de ces transistors au voisinage de l'origine, nous étudions le fonctionnement théorique du corrélateur et nous montrons que les inconvénients dus aux termes quadratiques peuvent être éliminés en modulant les signaux d'entrée.

Nous décrivons ensuite la réalisation complète qui a été effectuée, puis une analyse de mesures destinées à vérifier le bon fonctionnement.

CHAPITRE PREMIER

ETUDE DU CORRELATEUR A TRANSISTOR

A EFFET DE CHAMP

I-1. ETUDE DES TRANSISTORS A EFFET DE CHAMP AU VOISINAGE DE L'ORIGINE

I-1-1. Généralités

Depuis les premières expériences de E. LILIENFELD en 1928 et la théorie de SHOCKLEY en 1952 (1), le transistor à effet de champ fabriqué industriellement en 1958 sous le nom de Tecnétron (2,3) a ensuite très rapidement évolué. Quelques années plus tard, l'amélioration des techniques de fabrication a amené un essor général des éléments à semi-conducteurs, et l'on découvrait alors les multiples avantages de ce type de transistor.

Le transistor à effet de champ est constitué par un barreau de matière semi-conductrice dont on fait varier la résistance en appliquant un champ électrique perpendiculairement au sens du passage du courant. Les deux extrémités du semi-conducteur sont métallisées et constituent les connexions ohmiques des électrodes appelées drain et source (figure I.1) ; l'électrode de commande, appelée grille, disposée de part et d'autre du canal conducteur, est polarisée par rapport à la source qui sert d'électrode de référence.

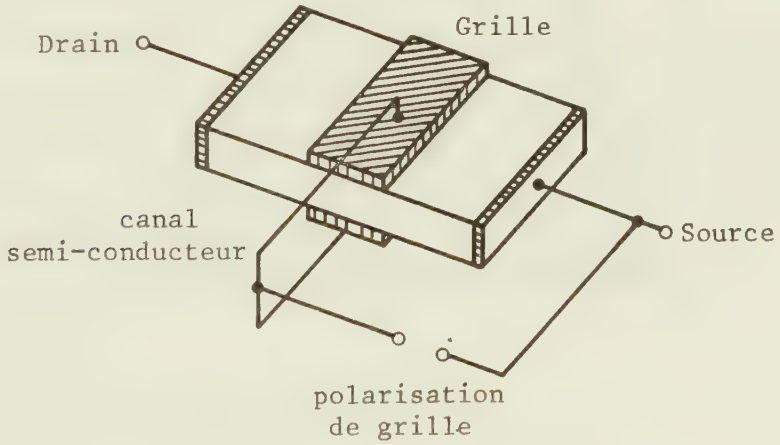


Fig. I.1 - Représentation schématique d'un transistor à effet de champ

Les procédés de fabrication sont actuellement très nombreux, mais ils utilisent pratiquement tous la technique de dopage par diffusion d'impuretés dans un four porté à haute température. On peut classer les transistors à effet de champ dans les différentes catégories suivantes :

- à grille réalisée par une jonction PN, et à canal P ou N ;
- à grille isolée, à canal P ou N et à enrichissement ;
- à grille isolée, à canal P ou N et à appauvrissement.

I-1-2. Expression théorique de la conductance pour de faibles polarisations.

La théorie rigoureuse du transistor à effet de champ se heurte à de grandes difficultés, et seule une théorie approchée peut être établie dans le cas de structures géométriques et de profils de dopage bien définis, qui ne correspondent malheureusement pas très souvent aux formes des réalisations actuelles.

Cette théorie fournit tout de même de précieux renseignements et conduit à distinguer deux régions de fonctionnement très différentes, ainsi qu'on peut le remarquer sur les courbes $I_D = f(V_{DS})$ à V_{GS} constante, de tous les transistors à effet de champ (figure I.2).

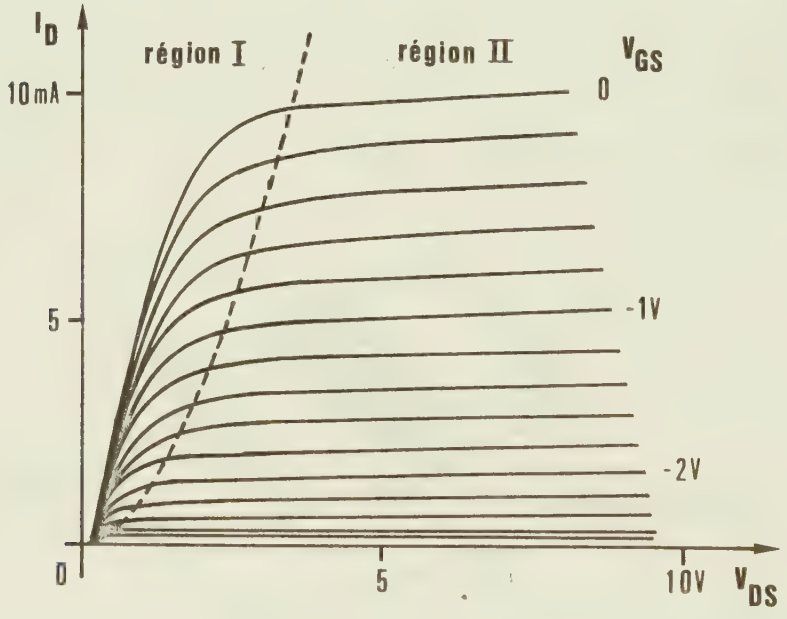


Fig. I.2 - Réseau de courbes d'un transistor à effet de champ à jonction de grille

Dans un transistor à effet de champ dont la grille est réalisée par une jonction, le champ électrique qui commande la résistance du canal, et par conséquent le courant de drain I_D, est obtenu en polarisant cette électrode par rapport à la source, à une tension inférieure au seuil V_o de conduction de la jonction PN (V_o est de l'ordre de 0,6 V pour un canal au silicium), de façon à la maintenir non-passante et à éviter tout courant qui viendrait en réduire considérablement l'impédance d'entrée.

Avec un transistor à canal N (cas de la figure I.2), cette famille de courbes est comprise entre :

- la courbe $V_{GS} = V_o$
- et la courbe $V_{GS} = - V_p$

La courbe limite qui sépare les deux régions de fonctionnement correspond à la relation théorique :

$$V_{DS} - V_{GS} = V_p \quad ,$$

et dans la région I dite région de fonctionnement en triode ou région ohmique, l'on a :

$$V_{DS} - V_{GS} < V_p \quad ,$$

et dans la région II dite région de fonctionnement en pentode, ou avec saturation de courant, l'on a :

$$V_{DS} - V_{GS} > V_p \quad .$$

Dans ces relations, V_p est la tension de pincement du canal du transistor. Elle correspond à la tension grille qui annule le courant de drain, ou à une section efficace du canal égale à zéro dans la région II, qui est aussi appelée région de pincement.

Des expressions très diverses du courant de drain ont été trouvées suivant la méthode de calcul appliquée et le profil de concentration des porteurs libres retenu (1,4 à 8). Les différents auteurs s'accordent cependant tous pour dire qu'avec une très bonne approximation, l'expression de ce courant dans la région de pincement est indépendante de V_{DS} (courant de saturation), avec la relation :

$$I_D = I_{DSS} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2$$

où I_{DSS} est le courant de saturation de drain lorsque $V_{GS} = 0$.

L'utilisation générale de cette région dans les amplificateurs à transistors à effet de champ conduit à définir une pente (ou transconductance) g, entre la variation de tension grille et la variation de courant de drain correspondante :

$$g = \frac{\partial (I_d)}{\partial (V_{GS})}$$

soit avec la relation précédente :

$$g = \frac{2\ I_{DSS}}{V_p} \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)$$

et l'on définit alors une pente maximale g_o obtenue pour une polarisation de grille nulle :

$$g_o = \frac{2\ I_{DSS}}{V_p}$$

Dans la région ohmique, le passage du courant est directement modulé par la tension grille avec une forte influence de la tension V_{DS} aux bornes du canal, et l'on observe que les caractéristiques autour de l'origine sont pratiquement linéaires (figure I.3), et que le transistor se présente comme une résistance variable en fonction de la tension grille.

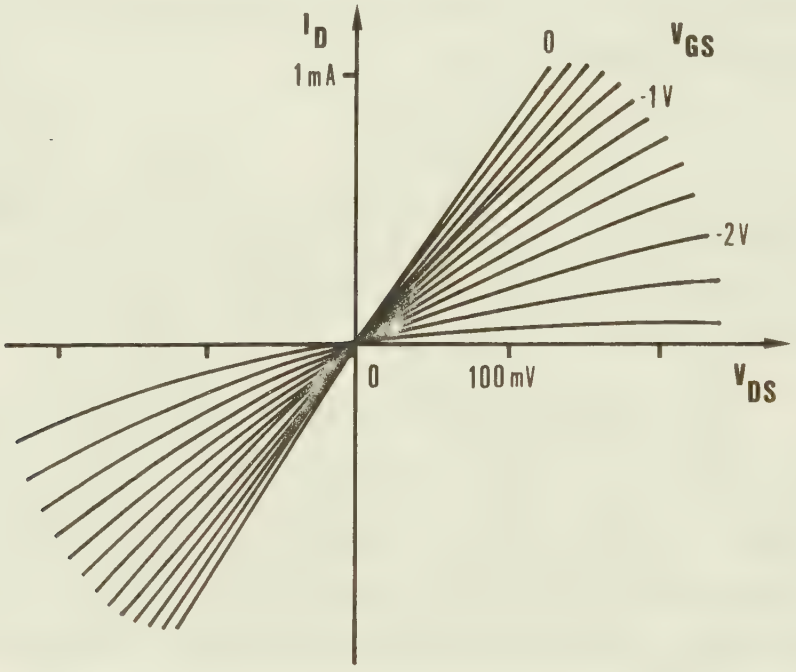


Fig. I.3 - Le courant de drain varie assez linéairement dans la région ohmique autour de l'origine.

Les formules relatives à l'expression du courant de drain dans cette région divergent fort de l'une à l'autre suivant que leurs auteurs ont supposé une concentration uniforme ou une concentration échelon. En fait la plupart des transistors à effet de champ à jonction de grille sont actuellement réalisés par une technique de diffusion, et la concentration des porteurs libres dans le canal est intermédiaire entre les deux précédentes, avec une forme gaussienne. Cependant I. RICHER et R. D. MIDDLEBROOK (9,10,11) ont établi les relations de fonctionnement dans les deux régions avec des calculs et des considérations très simples sur les charges électriques, sans avoir besoin de spécifier le profil de concentration, et indifféremment pour les deux

types de canaux N et P de transistors à jonction de grille. Dans la région de pincement, ces auteurs obtiennent la même formule citée plus haut, et pour la région ohmique ils concluent :

$$I_D = G_o \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} - \frac{V_{DS}}{2V_p} \right) V_{DS}$$

où G_o est la conductance ohmique du canal du semi-conducteur en l'absence de la structure de grille, et égale à la valeur g_o de la pente précédente.

Ces courbes dans le graphe de la figure I.4 sont donc des paraboles qui passent toutes par l'origine, et dont le sommet se raccorde avec les droites horizontales de la région de pincement sur la courbe limite dont l'équation

$$V_{DS} - V_{GS} = V_p$$

devient alors :

$$I_D = \frac{G_o}{2V_p} \cdot V_{DS}^2$$

C'est aussi une parabole dont le sommet est situé à l'origine (figure I.4)

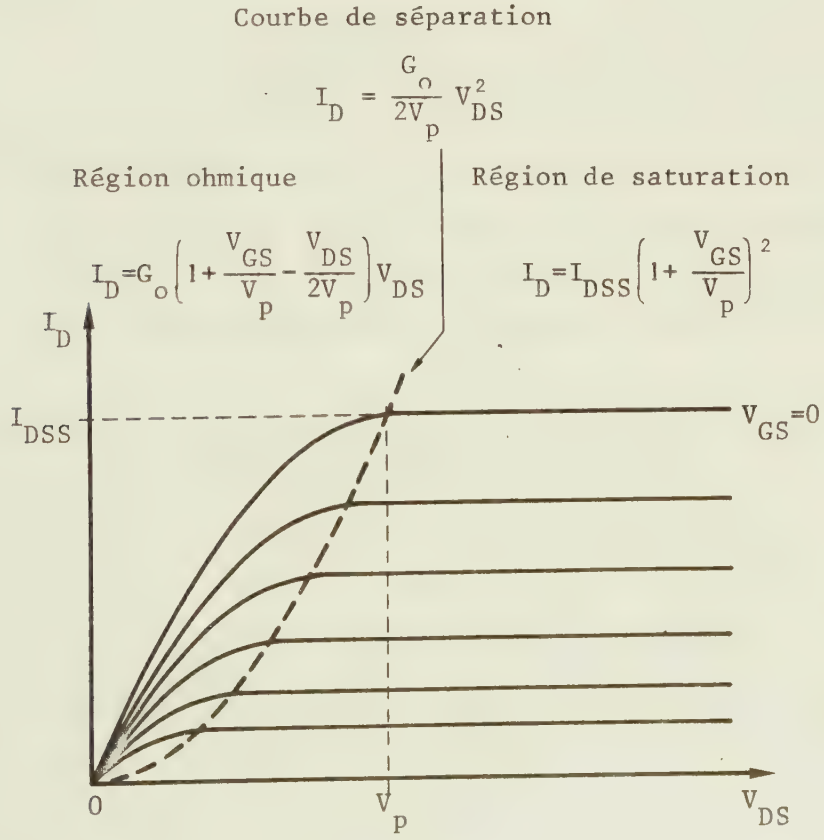


Fig. I.4 - Courbes et équations théoriques des deux régions de fonctionnement d'un transistor à effet de champ

B. PISTOULET et M. SAVELLI (8) obtiennent des relations identiques mais en appliquant un calcul similaire au transistor à effet de champ à grille isolée. Notons enfin qu'ARCISZEWSKI (12) cite la relation :

$$I_D = I_{DSS} \left[\left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^n - \left(1 + \frac{V_{GS} - V_{DS}}{2} \right)^n \right]$$

avec une valeur de n légèrement différente suivant les procédés de fabrication, mais très voisine de 2, d'où il résulte après simplification, une formule analogue à celle de MIDDLEBROOK.

C'est dans cette hypothèse de lois quadratiques que H. P. VON OW (13), a exprimé une formule identique, mais a montré qu'elle était également valable pour des tensions et des courants de drain négatifs si le transistor était symétrique, c'est-à-dire si le drain et la source étaient interchangeables. Or cette dernière propriété est bien connue pour ce type de transistor, même pour ceux qui possèdent une structure plane.

La conductance G du canal semi-conducteur dans la région autour de l'origine :

$$G = \frac{I_D}{V_{DS}} = G_o \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} - \frac{V_{DS}}{2V_p} \right) ,$$

est alors une fonction linéaire de la tension grille-source et de la tension drain-source. La représentation de cette conductance par une fonction de V_{GS} seule est donc erronée lorsque la tension drain-source n'est pas négligeable devant la tension de pincement V_p.

I-1-3. Vérification expérimentale de la variation de la conductance autour de l'origine.

Afin de vérifier la validité de la formule précédente, nous avons fait des mesures systématiques de la variation de la conductance autour de l'origine, du canal de différents types de transistors en fonction des deux paramètres V_{GS} et V_{DS}. Le montage que nous avons utilisé est schématisé à la figure I.5.

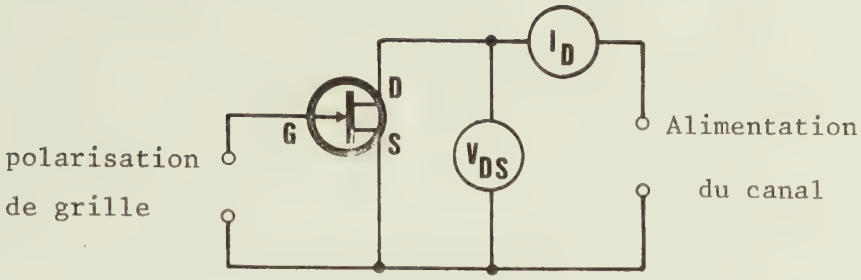


Fig. I.5 - Montage réalisé pour relever le réseau de courbes d'un transistor à effet de champ

Nous avons reproduit aux figures I.6 et I.7 les courbes tracées d'après les mesures effectuées sur deux transistors à effet de champ à canal N et à jonction de grille, de structure planar épitaxiale, l'un de type 2N 3954 (Amelco) est un transistor double destiné à la réalisation d'amplificateurs différentiels, l'autre de type TIS 59 (Texas Instruments), enrobé dans une résine époxy, est destiné aux applications courantes.

Ces courbes présentent une remarquable linéarité dans une gamme de tension V_{DS} assez étendue autour de l'origine, mais limitée à des tensions V_{GS} négatives, ou très légèrement positives (inférieures à environ 200 à 400 mV).

Dans le tableau (page suivante) nous avons reporté le résultat des mesures faites sur plusieurs types de transistors, en notant chaque fois l'équation du réseau de courbes obtenu.

Nous constatons que les transistors dont la grille est réalisée par une jonction obéissent tous, même celui à canal P, à la relation prévue au paragraphe I-2-2, et qu'avec une assez bonne approximation les coefficients des termes V_{GS} et V_{DS} sont dans le rapport r de l'ordre de 2.

Le transistor à effet de champ à grille isolée et à canal P induit par enrichissement présente par contre des courbes qui ne sont pas équidistantes, et nous avons défini l'équation par de faibles variations autour d'une polarisation moyenne de grille. Les paramètres G_o et V_p sont donc variables avec la tension grille, et nous avons constaté que seul le paramètre r reste très voisin de l'unité. Mais si

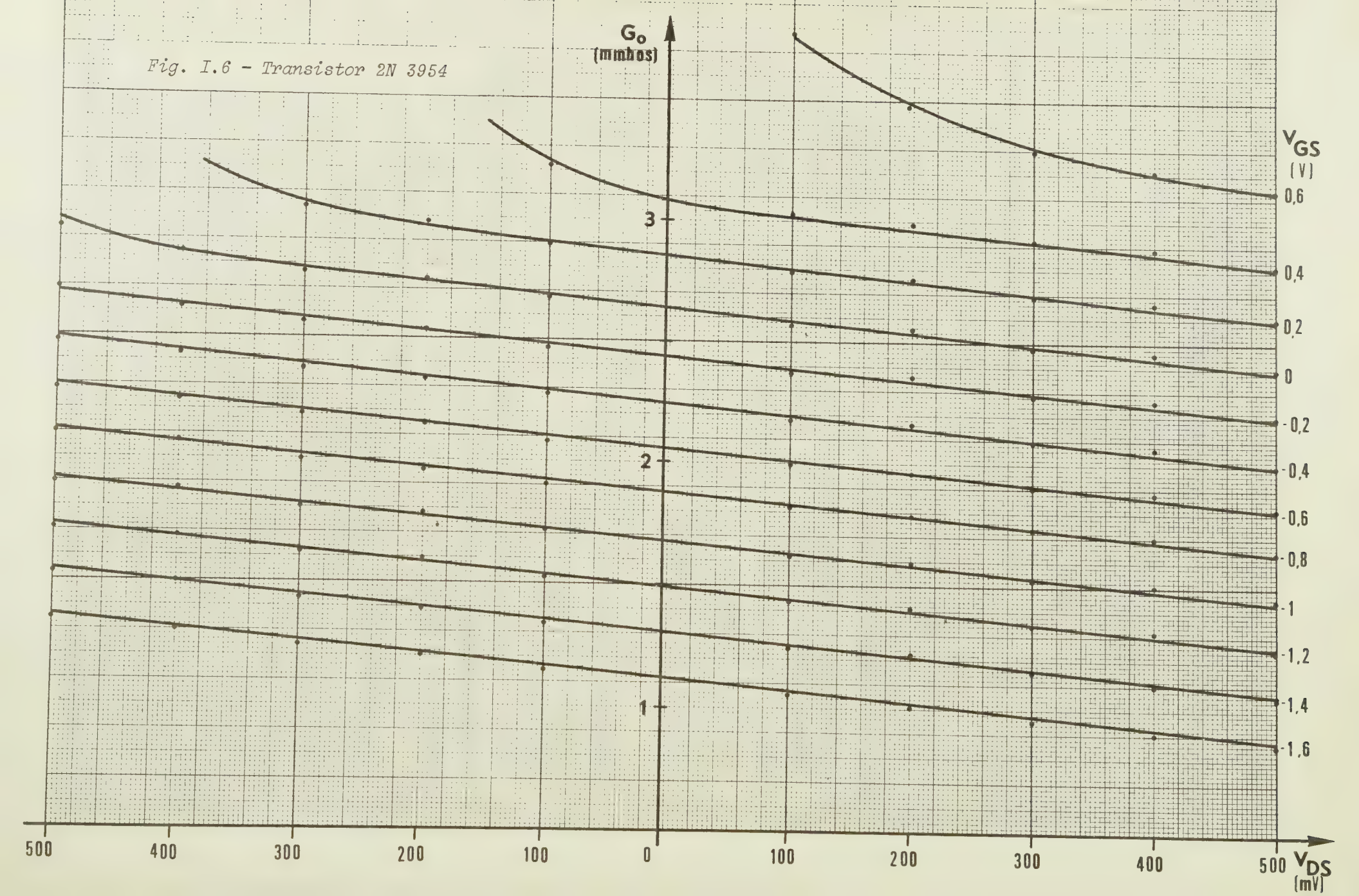


Fig. I.6 - Transistor 2N 3954
G_o (mmhos)
3
2
1
500
400
300
200
100
0
100
200
300
400
500
V_{DS} (mV)
V_{GS} (V)
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1
-1,2
-1,4
-1,6

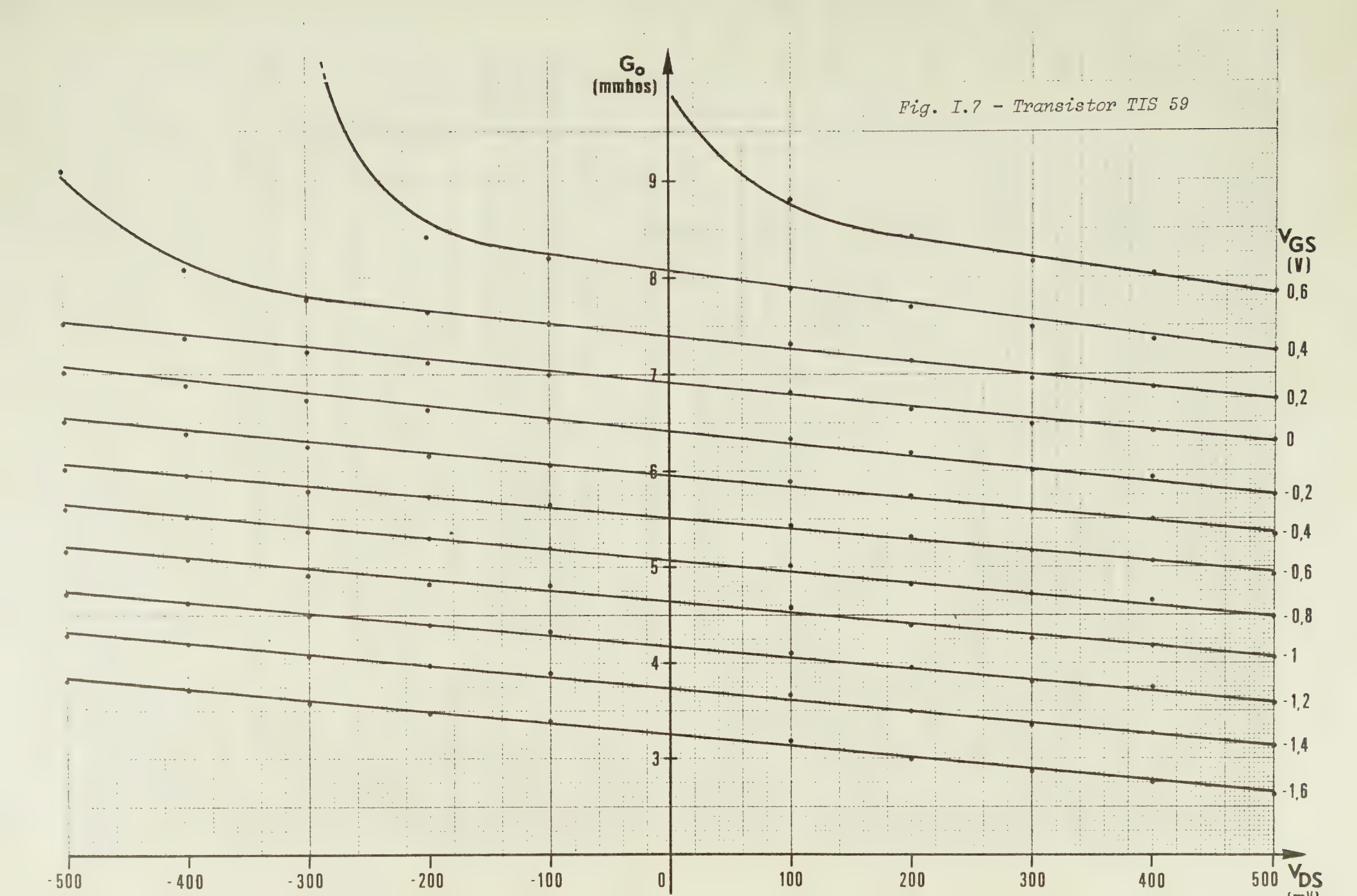


Fig. I.7 - Transistor TIS 59

ces résultats ne sont pas prévus par la théorie, l'examen du réseau de courbes $I_D = f(V_{DS})$ à V_{GS} constante, montre qu'il ne peut en être autrement car il est fort différent de celui que l'on considère généralement.

Type	Fabriquant	Structure	Equation (Gen mmhos, tensions en Volts)	V_p (V)	r
2N 3954	Amelco	Canal N à jonction	$G=2,64(1+0,39V_{GS}-0,20V_{DS})$	2,56	1,95
TIS 59	Texas Instruments	"	$G=6,85(1+0,37V_{GS}-0,18V_{DS})$	2,78	2,06
2N4416(1)	"	"	$G=6,95(1+0,42V_{GS}-0,25V_{DS})$	2,40	1,68
2N4416(2)	"	"	$G=5,4\ (1+0,44V_{GS}-0,24V_{DS})$	2,27	1,83
TIS 25	"	"	$G=2,25(1+1,24V_{GS}-0,69V_{DS})$	0,81	1,80
BFX 83	Fairchild	Canal P à jonction	$G=4,75(1-0,38V_{GS}+0,20V_{DS})$	2,63	1,90
MEM 550	Général Instruments	Canal P à grille isolée	V_{GS} moyen = 6,5 V $G=2,03(1-0,31V_{GS}+0,33V_{DS})$	3,23	0,94

Notre but n'étant pas d'établir une théorie qui justifie toutes ces relations, mais au contraire de les utiliser, *nous considérerons que la conductance du canal de transistors à effet de champ à jonction de grille est, dans la région ohmique autour de l'origine, de la forme (14) :*

$$G = G_o \left(1 + \frac{V_{GS}}{V_p} - \frac{V_{DS}}{2\alpha V_p} \right)$$

pour un canal N, le coefficient α étant très peu différent de l'unité. Pour un canal P nous changerons les signes devant les termes V_{GS} et V_{DS}.

ANNEXE : Méthode de mesure directe de la tension de pincement.

La mesure directe de la tension de pincement d'après la valeur de la tension grille-source qui annule le courant dans le canal est fort délicate (15), car cette annulation n'est jamais totale et dépend de la sensibilité de l'appareil de mesure. WEDLOCK B.D. (16) a proposé pour les transistors à appauvrissement une méthode originale qui consiste à appliquer un générateur de tension continue entre drain et grille, et à observer à l'aide d'un voltmètre à très forte impédance d'entrée, la variation de la tension source-grille (figure I-8).

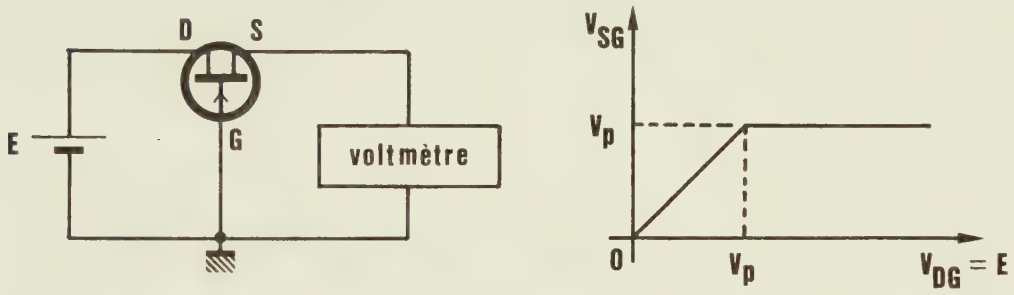


Fig. I.8 - Mesure directe de la tension de pincement

Avant le pincement, le canal est conducteur et le voltmètre indique une tension extrêmement peu différente de E car sa résistance est très inférieure à celle d'entrée du voltmètre. Lorsque V_{DG} devient supérieure à V_p, le canal dépourvu de porteurs libres dans une zone entre la connexion de grille et la source, présente une très grande résistance, et la répartition des équipotentielles montre que la différence de potentiel entre source et grille reste constante et égale à V_p.

I-2. ETUDE DU CORRELATEUR A UN SEUL TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP

Nous pouvons utiliser la variation de la conductance du canal d'un transistor à effet de champ en fonction de la tension grille-source, pour moduler le courant qu'un générateur de tension y fait passer (4,5,13,17) et nous avons représenté le schéma d'un tel modulateur à la figure I.9.

Un générateur de tension v_s débite un courant i à travers le canal du transistor et le circuit parallèle à résistance R et condensateur C, aux bornes duquel nous recueillons la tension de sortie. Un second générateur de tension v_g module le canal, mais nous avons dû l'appliquer non aux bornes grille et source du transistor, mais entre la grille et la masse, car il s'avère impossible en pratique de relier la masse de ce générateur à la sortie du précédent branchée sur la source.

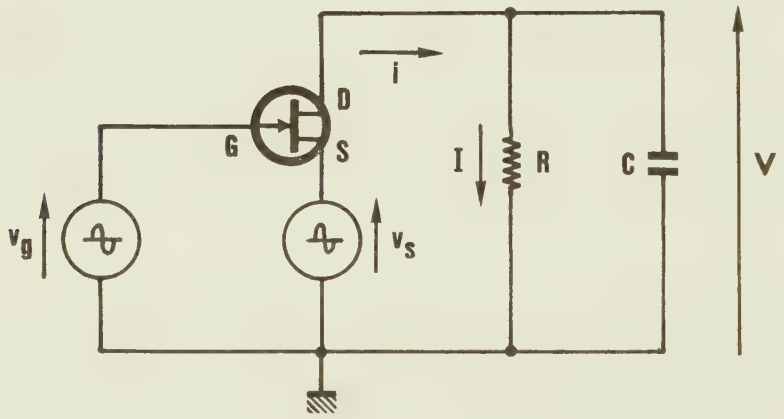


Fig. I.9 - Corrélateur à un transistor à effet de champ

Le circuit parallèle RC constitue un filtre passe-bas. Nous supposerons qu'il est parfait, c'est-à-dire que le condensateur a une capacité infinie de telle façon qu'il soit parcouru par la totalité de la composante alternative du courant i, dont la composante continue I passe à travers la résistance R, créant à ses bornes une tension V.

En désignant par $\overline{i}$ la valeur moyenne du courant i, il vient alors :

$$V = RI = R\,\overline{i}$$

Ce montage fonctionnera en corrélateur si la tension V est proportionnelle à la valeur moyenne du produit des tensions des deux générateurs :

$$V = k \overline{v_s \, v_g} \quad ,$$

et le problème de sa détermination revient donc à calculer le courant i, puis à exprimer sa valeur moyenne.

Nous avons été amené, au paragraphe précédent, à écrire la conductance G du canal drain-source d'un transistor à effet de champ qui fonctionne avec des tensions v_{GS} et v_{DS} faibles, sous la forme :

$$G = G_o \left(1 + \frac{v_{GS}}{V_p} - \frac{v_{DS}}{2V_p} \right)$$

Du schéma de la figure I9 nous déduisons alors les relations suivantes :

$$i = G \, (v_s - V)$$

$$v_{GS} = v_g - v_s$$

$$v_{DS} = V - v_s$$

d'où il résulte que :

$$i = G_o \left(v_s - V + \frac{v_s \, v_g - v_s^2 - V \, v_g + V \, v_s}{V_p} - \frac{V \, v_s - V^2}{2 \, V_p} \right)$$

Cette équation, non linéaire par rapport aux générateurs v_s et v_g, est l'équation du fonctionnement instantané du montage : elle nous fournit à l'instant t la valeur du courant i en fonction des valeurs des tensions v_s, v_g et V au même instant.

Dans le plupart des cas, les signaux délivrés par les générateurs v_s et v_g ont une valeur moyenne nulle, car seule la corrélation entre les fluctuations de ces signaux présente un intérêt. Il s'en suit alors que :

$$\overline{v_s} = \overline{v_g} = 0 \quad ,$$

et en prenant la valeur moyenne de l'expression du courant i nous obtenons :

$$V \left(1 - \frac{V}{2V_p} + \frac{1}{RG_o} \right) = \frac{\overline{v_s \, v_g}}{V_p} - \frac{\overline{v_s^2}}{V_p}$$

Cette relation est non linéaire en V, mais nous montrerons par la suite, avec un exemple numérique, que le terme $\frac{V}{2V_p}$ est très inférieur à l'unité. Dans le second membre, le terme $\overline{v_s^2}$ est par contre

bien plus gênant car il représente le carré de la valeur efficace de la tension v_s, qui peut éventuellement être beaucoup plus importante que celle du terme produit $\overline{v_s\ v_g}$. C'est ainsi que si le taux de corrélation ρ a une valeur de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6}, nous sommes amenés à écrire, avec des valeurs efficaces identiques pour chaque signaux :

$$\overline{v_s\ v_g} \simeq (10^{-4} \text{ à } 10^{-6})\ \overline{v_s^2}$$

Considérons alors une tension de pincement de 2,5 V, une résistance de charge R beaucoup plus élevée que la résistance du canal $\frac{1}{G_o}$, et des signaux sinusoïdaux de 100 mV de valeur efficace, valeur qui correspond pratiquement à une limite admissible pour rester dans la zone où la relation sur la conductance du transistor est valable. Il vient :

$$V\ (1-0{,}2\ V) \# - 5.10^{-3} V$$

et l'on en déduit qu'avec une assez bonne précision :

$$V \# - 5.10^{-3}\ V$$

car le terme 0,2 V est très négligeable devant l'unité. Par suite, en faisant une erreur maximale de 0,1 %, nous pourrons utiliser la relation linéaire en V, soit :

$$V = \frac{\overline{v_s\ v_g} - \overline{v_s^2}}{V_p \left(1 + \frac{1}{RG_o} \right)}$$

Ce montage est donc apte à fournir la valeur moyenne du produit des deux tensions appliquées, mais le résultat se trouve entaché d'une très forte erreur due au terme quadratique $\overline{v_s^2}$. Nous avons alors pensé à utiliser un montage symétrique (18 à 22) de façon à l'éliminer par différence entre deux tensions de sortie.

I-3. ETUDE COMPLETE DU CORRELATEUR SYMETRIQUE A DEUX TRANSISTORS A EFFET DE CHAMP.

I-3-1. Elimination des termes quadratiques par un montage symétrique :

Considérons le schéma de la figure I.10 où deux transistors à effet de champ sont attaqués sur leur source par le même générateur de tension v_s, et sur les grilles par deux générateurs de tension v_g de même amplitude, mais de signes opposés.

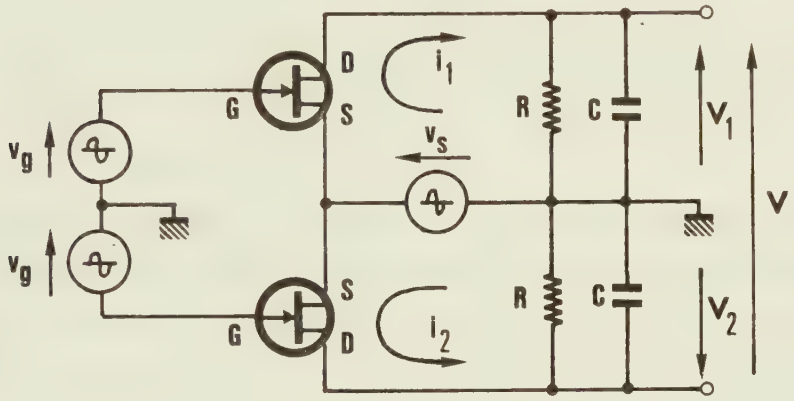


Fig. I.10 - Corrélateur symétrique à deux transistors à effet de champ

Les transistors sont supposés identiques, T_1 est parcouru par le courant i_1 dont seule la composante continue passe à travers la résistance R et crée à ses bornes une tension continue V_1, de même le transistor T_2 est parcouru par un courant i_2 dont la composante continue crée la tension V_2 aux bornes d'une résistance identique.

La tension de sortie V est prise en différentiel entre les drains de T_1 et de T_2 :

$$V = V_1 - V_2$$

Nous constatons alors que ce schéma peut se séparer en deux schémas absolument identiques à celui étudié au paragraphe I.2 précédent : l'un avec v_g et v_s comme générateurs et une tension de sortie V_1, l'autre avec $-v_g$ et v_s comme générateurs et une tension de sortie V_2.

La relation établie peut donc s'appliquer et nous en déduisons :

$$V_1 = \frac{\overline{v_s\, v_g} - \overline{v_s^2}}{V_p \left(1 + \frac{1}{RG_o} \right)}$$

$$V_2 = \frac{-\overline{v_s\, v_g} - \overline{v_s^2}}{V_p \left(1 + \frac{1}{RG_o} \right)}$$

d'où

$$V = \frac{2\,\overline{v_s\, v_g}}{V_p \left(1 + \frac{1}{R\,G_o} \right)}$$

Il s'ensuit que *ce montage symétrique élimine le terme quadratique du circuit à un seul transistor*, et l'on peut conclure qu'il est apte à mesurer avec précision la corrélation entre deux tensions de formes quelconques, mais de valeur moyenne nulle.

I-3-2. Influence de la résistance de charge, de la conductance et de la tension de pincement.

La sensibilité de ce montage est maximale lorsque la résistance de charge R et la conductance du canal G_o sont grandes, et la tension de pincement V_p la plus faible possible.

Nous ne pouvons cependant choisir des transistors à tension de pincement très faible (de l'ordre de 0,5 à 1 Volt) sans nuire à la dynamique de ce corrélateur, c'est-à-dire à l'amplitude maximale admissible pour chaque générateur, puisque $v_{GS} = v_g - v_s$ et que cette tension grille-source ne doit en aucun cas amener la conduction de la jonction.

Il est intéressant de remarquer que l'expression précédente de V correspond à un schéma équivalent très simple de ce corrélateur vu de la sortie relativement à la tension V (figure I.11).

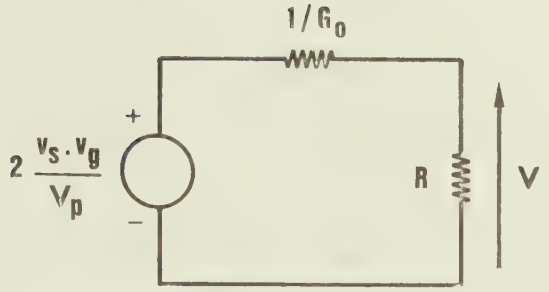


Fig. I.11 - Schéma équivalent du corrélateur vu en sortie

La conductance du canal, imposée par le type de transistor que l'on utilise, et par ailleurs liée à V_p par la relation :

$$2\ I_{DSS} = G_o\ V_p\ ,$$

peut donc avoir un effet négligeable sur la tension de sortie V dès que la résistance de charge R devient plusieurs fois supérieure à la résistance $1/G_o$.

I-3-3. Etude du corrélateur réel : influence d'une légère dissymétrie.

Le circuit de la figure I.10 a en fait une symétrie toute théorique, car en pratique les deux transistors à effet de champ ne peuvent être obtenus avec des caractéristiques parfaitement semblables. D'autre part les générateurs de tension ont une certaine résistance interne, et si celle des générateurs de tension grille n'a aucun effet sur le résultat car l'impédance d'entrée y est très grande, il en va tout autrement de la résistance interne du générateur de tension source qui est traversée par la somme des courants i_1 et i_2.

Nous en venons alors à l'étude du schéma complet de la figure I.12, en supposant toutefois que les tensions appliquées sur les grilles des transistors sont en parfaite opposition de phase, et que les condensateurs C sont effectivement traversés par la totalité de la composante alternative des courants i_1 ou i_2.

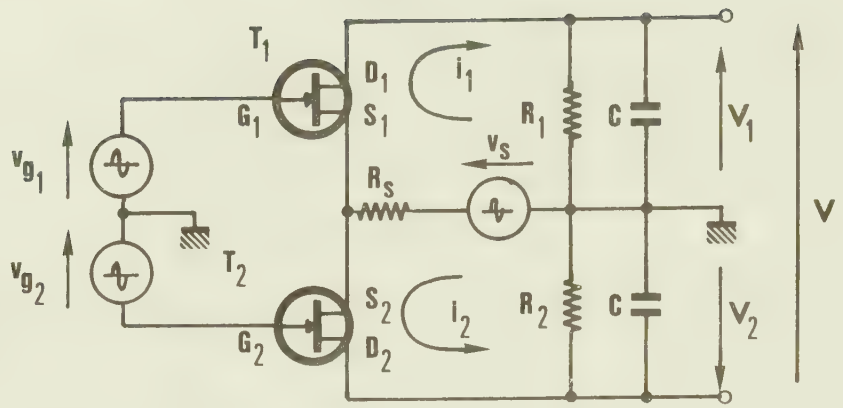


Fig. I.12 - Corrélateur légèrement dissymétrique, avec un générateur de "tension source" possédant une résistance interne

Le calcul exact de la tension de sortie différentielle V sera fait en utilisant l'expression la plus précise de la conductance qui tient compte de la variation d'un transistor à un autre du coefficient du terme $\frac{V_{DS}}{V_p}$ (paragraphe I.1.3), et nous noterons ici :

$$G_1 = G_{o1} \left(1 + \frac{V_{GS_1}}{V_{p_1}} - \frac{V_{DS_1}}{2\alpha_1 \, V_{p_1}} \right)$$

$$G_2 = G_{o2} \left(1 + \frac{V_{GS_2}}{V_{p_2}} - \frac{V_{DS_2}}{2\alpha_2 \, V_{p_2}} \right)$$

Compte tenu du fait que la dissymétrie n'est pas très accentuée, les éléments et paramètres de ce schéma ont les ordres de grandeur suivants :

$v_s \simeq v_{g_1} \simeq v_{g_2}$: 0,1 V maximum

$V_{p_1} \simeq V_{p_2}$: 2,5 V

$\alpha_1 \simeq \alpha_2$: 1

$G_{o1} \simeq G_{o2}$: 1/150 Ω

$R_1 \simeq R_2$: 1 kΩ

R_S : ⩽ 50 Ω

Les courants dans chaque transistor sont :

$$i_1 = G_1 \left(v_s - R_s (i_1 + i_2) - V_1 \right) ,$$

$$i_2 = G_2 \left(v_s - R_s (i_1 + i_2) - V_2 \right) ,$$

et après avoir remplacé G_1 et G_2 par leurs valeurs, nous obtenons :

$$\begin{cases} \dfrac{i_1}{G_{o1}} = \left(v_s - R_S(i_1+i_2)\right) \dfrac{v_{g_1}}{V_{p_1}} - \dfrac{v_{g_1} V_1}{V_{p_1}} + v_s \left(1 + \dfrac{V_1}{V_{p_1}} \left(1 - \dfrac{1}{\alpha_1}\right)\right) - V_1 \left(1 - \dfrac{V_1}{2\alpha_1 V_{p_1}}\right) \\ \qquad - R_S(i_1+i_2)\left(\dfrac{V_1}{V_{p_1}} \left(1 - \dfrac{1}{2\alpha_1}\right) + 1\right) - \dfrac{1 - \dfrac{1}{2\alpha_1}}{V_{p_1}} \left(v_s - R_S(i_1+i_2)\right)^2 \\ \dfrac{i_2}{G_{o_2}} = -\left(v_s - R_S(i_1+i_2)\right) \dfrac{v_{g_2}}{V_{p_2}} + \dfrac{v_{g_2} V_2}{V_{p_2}} + v_s \left(1 + \dfrac{V_2}{V_{p_2}} \left(1 - \dfrac{1}{\alpha_2}\right)\right) - V_2 \left(1 - \dfrac{V_2}{2\alpha_2 V_{p_2}}\right) \\ \qquad - R_S(i_1+i_2)\left(\dfrac{V_2}{V_{p_2}} \left(1 - \dfrac{1}{2\alpha_2}\right) + 1\right) - \dfrac{1 - \dfrac{1}{2\alpha_2}}{V_{p_2}} \left(v_s - R_S(i_1+i_2)\right)^2 \end{cases}$$

Ces deux équations qui décrivent le fonctionnement du montage sont non linéaires, et la résolution directe du cas général est assez compliquée. Si cependant, la résistance R_S du "générateur de tension source" est nulle, une simplification importante apparaît. L'étude de ces deux équations se fera donc en deux fois : dans un premier temps, avec $R_S = 0$, nous verrons l'influence de la dissymétrie des éléments sur la tension de sortie, et dans un second temps avec $R_S \neq 0$, nous étudierons l'influence de cette résistance interne sur cette même tension.

I-3-3-1. Résistance interne du "générateur de tension source" nulle.

Avec $R_S = 0$, en prenant la valeur moyenne de chaque membre, et sachant que :

$$\overline{i_1} = \frac{V_1}{R_1} \quad , \quad \overline{v_s} = 0 \quad \text{et} \quad \overline{v_{g_1}} = 0 \quad ,$$

la première équation du système précédent devient :

$$V_1 \left(1 + \frac{1}{R_1 G_{o_1}} - \frac{V_1}{2\alpha_1 V_{p_1}} \right) = \frac{\overline{v_s v_{g_1}}}{V_{p_1}} - \frac{\overline{v_s}^2}{V_{p_1}} \left(1 - \frac{1}{2\alpha_1} \right)$$

La seconde équation, avec des conditions similaires, devient :

$$V_2 \left(1 + \frac{1}{R_2 G_{o_2}} - \frac{V_2}{2\alpha_2 V_{p_2}} \right) = - \frac{\overline{v_s v_{g_2}}}{V_{p_2}} - \frac{\overline{v_s}^2}{V_{p_2}} \left(1 - \frac{1}{2\alpha_2} \right)$$

Ces deux équations sont encore non linéaires en V_1 et V_2 et nous ne pouvons en déduire très simplement la tension de sortie V égale à leur différence. Elles sont cependant très faibles, et il est possible de négliger les termes en $\frac{V}{2\alpha V_p}$ par rapport aux termes en $\left(1 + \frac{1}{RG_o} \right)$ comme nous l'avons fait au paragraphe I-3-1, d'où avec une très faible erreur les relations précédentes s'écrivent :

$$\begin{cases} V_1 \left(1 + \dfrac{1}{R_1 G_{o_1}} \right) = \dfrac{\overline{v_s v_{g_1}}}{V_{p_1}} - \dfrac{\overline{v_s^2}}{V_{p_1}} \left(1 - \dfrac{1}{2\alpha_1} \right) \\ V_2 \left(1 + \dfrac{1}{R_2 G_{o_2}} \right) = - \dfrac{\overline{v_s v_{g_1}}}{V_{p_2}} - \dfrac{\overline{v_s^2}}{V_{p_2}} \left(1 - \dfrac{1}{2\alpha_2} \right) \end{cases}$$

Et l'on en déduit alors la tension de sortie :

$$V = \overline{v_s \left(\frac{v_{g_1}}{V_{p_1}\left(1 + \frac{1}{R_1 G_{o_1}}\right)} + \frac{v_{g_2}}{V_{p_2}\left(1 + \frac{1}{R_2 G_{o_2}}\right)} \right)} - \overline{v_s^2} \left(\frac{1 - \frac{1}{2\alpha_1}}{V_{p_1}\left(1 + \frac{1}{R_1 G_{o_1}}\right)} - \frac{1 - \frac{1}{2\alpha_2}}{V_{p_2}\left(1 + \frac{1}{R_2 G_{o_2}}\right)} \right)$$

Avec cette relation nous sommes très près du résultat désiré, car les tensions v_{g_1} et v_{g_2} sont proportionnelles à une tension v_g d'un même générateur :

$$v_g = k_1 v_{g_1} = k_2 v_{g_2} \quad ,$$

le premier terme devient :

$$\overline{v_s v_g} \left(\frac{1}{k_1 V_{p_1}\left(1 + \frac{1}{R_1 G_{o_1}}\right)} + \frac{1}{k_2 V_{p_2}\left(1 + \frac{1}{R_2 G_{o_2}}\right)} \right) \equiv k \overline{v_s v_g}$$

Le fonctionnement de ce montage sera alors parfait si la condition suivante qui annule le terme parasite quadratique en $\overline{v_s^2}$ est réalisée :

$$\frac{1 - \frac{1}{2\alpha_1}}{V_{p_1}\left(1 + \frac{1}{R_1 G_{o_1}}\right)} = \frac{1 - \frac{1}{2\alpha_2}}{V_{p_2}\left(1 + \frac{1}{R_2 G_{o_2}}\right)}$$

Or, si α_1, α_2, V_{p_1}, V_{p_2}, G_{o_1} et G_{o_2} sont des constantes qui dépendent des deux transistors, les résistances R_1 et R_2 peuvent par contre être choisies de façon à vérifier cette égalité, avec par exemple :

$$R_1 = \frac{1}{G_{o_1}\left(\left(1 + \frac{1}{R_2 G_{o_2}}\right)\frac{V_{p_2}\left(1 - \frac{1}{2\alpha_1}\right)}{V_{p_2}\left(1 - \frac{1}{2\alpha_2}\right)} - 1\right)}$$

Sous cette condition nous pouvons écrire :

$$V = k\,\overline{v_s\, v_g} \quad ,$$

et conclure que si le "générateur de tension source" a une résistance interne nulle, ce montage peut fonctionner en corrélateur parfait par réglage des résistances de charge R_1 et R_2 afin de compenser une légère dissymétrie éventuelle entre les paramètres des deux transistors à effet de champ.

Nous remarquons qu'avec des transistors identiques nous obtenons $R_1 = R_2$, et que la relation précédente devient celle du paragraphe I-3-1.

I-3-3-2. Influence de la résistance interne du "générateur de tension source".

Désignons par v la tension aux bornes de la résistance R_S telle que :

$$v = R_S\,(i_1 + i_2)$$

Après avoir pris la valeur moyenne de chaque membre des équations complètes du montage puis mis en facteur, nous obtenons les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} V_1\left\{1+\frac{1}{R_1G_{o_1}}+\frac{R_S}{R_1}-\frac{V_1}{V_{p_1}}\left(\frac{1}{2\alpha_1}\left(1+\frac{R_S}{R_1}\right)-\frac{R_S}{R_1}\right)\right\}=\frac{\overline{(v_s-v)v_{g_1}}}{V_{p_1}}-V_2\frac{R_S}{R_2}\left(1-\frac{R_S}{R_2}\frac{V_1}{V_{p_1}}\left(1-\frac{1}{2\alpha_1}\right)\right) \\ \qquad\qquad -\overline{(v_s-v)^2}.\frac{1-\frac{1}{2\alpha_1}}{V_{p_1}} \\ V_2\left\{1+\frac{1}{R_2G_{o_2}}+\frac{R_S}{R_2}-\frac{V_2}{V_{p_2}}\left(\frac{1}{2\alpha_2}\left(1+\frac{R_S}{R_2}\right)-\frac{R_S}{R_2}\right)\right\}=-\frac{\overline{(v_s-v)v_{g_2}}}{V_{p_2}}-V_1\frac{R_S}{R_1}\left(1-\frac{R_S}{R_1}\frac{V_2}{V_{p_2}}\left(1-\frac{1}{2_2}\right)\right) \\ \qquad\qquad -\overline{(v_s-v)^2}\frac{1-\frac{1}{2\alpha_2}}{V_{p_2}} \end{cases}$$

De la même façon qu'à l'étude du paragraphe I-2, les tensions V_1 et V_2 sont faibles par rapport aux tensions de pincement V_{p_1} et V_{p_2} car la légère dissymétrie introduite ne peut qu'affecter très faiblement cette comparaison. Compte tenu de l'ordre de grandeur des résistances R_1, R_2 et R_S, les termes de la forme :

$$\frac{V}{V_p}\left(\frac{1}{2\alpha}\left(1+\frac{R_S}{R}\right)-\frac{R_S}{R}\right) \text{ et } \frac{V}{V_p}\cdot\frac{R_S}{R}\left(1-\frac{1}{2\alpha}\right) \text{ sont alors très}$$

inférieurs à l'unité, et les deux équations du montage deviennent ainsi :

$$\begin{cases} V_1\left(1+\frac{1}{R_1G_{o_1}}+\frac{R_S}{R_1}\right)=\frac{\overline{(v_s-v)v_{g_1}}}{V_{p_1}}-\frac{R_S}{R_2}V_2-\overline{(v_s-v)^2}\cdot\frac{1-\frac{1}{2\alpha_1}}{V_{p_1}} \\ V_2\left(1+\frac{1}{R_2G_{o_2}}+\frac{R_S}{R_2}\right)=-\frac{\overline{(v_s-v)v_{g_2}}}{V_{p_2}}-\frac{R_S}{R_1}V_1-\overline{(v_s-v)^2}\cdot\frac{1-\frac{1}{2\alpha_2}}{V_{p_2}} \end{cases}$$

Ces équations sont maintenant linéaires en V_1 et V_2, et dans le but de simplifier leur écriture appelons C_1 et C_2 les coefficients entre parenthèses des termes V_1 et V_2 de leurs premiers membres, et notons A_1 et A_2 les termes surlignés dont on prend la valeur moyenne à leurs seconds membres.

La résolution de ce système linéaire de deux équations à deux inconnues conduit alors à la solution :

$$V_1 \left(1 - \frac{R_S^2}{R_1 R_2 C_1 C_2} \right) = A_1 - A_2 \frac{R_S}{R_1 C_1}$$

$$V_2 \left(1 - \frac{R_S^2}{R_1 R_2 C_1 C_2} \right) = A_2 - A_1 R_1 C_2$$

Avec les ordres de grandeur adoptés, le terme $R_S^2/R_1R_2C_1C_2$ est de l'ordre de 2.10^{-3} et peut donc être négligé devant l'unité. La tension de sortie vaut enfin :

$$V = V_1 - V_2 = A_1 \left(1 + \frac{R_S}{R_1 C_2} \right) - A_2 \left(1 + \frac{R_S}{R_2 C_1} \right) ,$$

soit finalement :

$$\overline{V=(v_s-v)\left(\frac{v_{g_1}}{V_{p_1} C_1}\left(1+\frac{R_S}{R_1C_2}\right)+\frac{v_{g_2}}{V_{p_2} C_2}\left(1+\frac{R_S}{R_2C_1}\right)\right)} - \overline{(v_s-v)^2}\left(\left(1+\frac{R_S}{R_1C_2}\right)\frac{1-\frac{1}{2\alpha_1}}{V_{p_1} C_1} - \left(1+\frac{R_S}{R_2C_1}\right)\frac{1-\frac{1}{2\alpha_2}}{V_{p_2} C_2}\right)$$

Comme dans l'étude du paragraphe précédent, nous sommes amenés à réaliser la condition suivante afin d'annuler le terme parasite quadratique en $\overline{(v_s-v)^2}$:

$$\boxed{\frac{V_{p_1}}{V_{p_2}} \cdot \frac{1-\frac{1}{2\alpha_2}}{1-\frac{1}{2\alpha_1}} = \frac{1+\frac{1}{R_2 G_{o_2}}+\frac{R_S}{R_1}+\frac{R_S}{R_2}}{1+\frac{1}{R_1 G_{o_1}}+\frac{R_S}{R_1}+\frac{R_S}{R_2}}}$$

et ceci peut être fait d'une façon similaire par réglage des résistances de charge R_1 ou R_2.

Nous remarquons que la tension $(v_s - v)$ n'est autre que la tension v_S entre le point commun des sources et la masse, et il en résulte qu'avec des tensions de grille proportionnelles à une même valeur v_G d'un générateur, nous obtenons un fonctionnement en corrélateur parfait entre les signaux v_G et v_S :

$$V = \overline{v_S\, v_G} \left(\frac{1 + \dfrac{R_S}{R_1\, C_2}}{k_1\, V_{p_1}\, C_1} + \frac{1 + \dfrac{R_S}{R_2\, C_1}}{k_2\, V_{p_2}\, C_2} \right)$$

Nous pouvons faire intervenir plus directement l'effet de la résistance interne R_S du "générateur de tension source" en considérant que les conductances G_1 et G_2 des canaux des transistors ne varient toutefois que très peu autour de leurs valeurs nominales G_{o_1} et G_{o_2} car les termes $\frac{v_{GS}}{V_p}$ et $\frac{v_{DS}}{2V_p}$ restent faibles devant l'unité. La chute de tension v aux bornes de R_S est alors composée d'une partie alternative proportionnelle à v_s et obtenue par le diviseur - R_S et $1/G_{o_1}$ en parallèle sur $1/G_{o_2}$ -, et d'une partie continue qui est éliminée lorsque l'on prend la valeur moyenne de son produit avec v_G ; sa composante alternative est donc :

$$v_{(\omega)} = v_s \cdot \frac{R_S}{R_S + \dfrac{1}{G_{o_1} + G_{o_2}}} \quad ,$$

elle vient se déduire de la valeur de v_s et diminue par conséquent la corrélation.

En reportant cette valeur dans la relation précédente, nous obtenons pour un *montage théorique absolument symétrique* :

$$V = 2\, \frac{\overline{v_s\, v_g}}{V_p} \cdot \frac{1 + \dfrac{R_S}{R + \dfrac{1}{G_o} + R_S}}{1 + \dfrac{1}{R\, G_o} + \dfrac{R_S}{R}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \dfrac{1}{2R_S\, G_o}} \right)$$

Or en pratique, la résistance de charge R est bien supérieure (voir paragraphe I-3-2) à la résistance interne du générateur v_s de façon à obtenir les tensions de sortie V_1 et V_2 maximales. En conséquence, nous pouvons évaluer l'ordre de grandeur de V à l'aide de la relation :

$$V \# 2 \frac{\overline{v_s v_g}}{V_p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{R G_o}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2 R_S G_o}} \right)$$

Nous remarquons enfin que si $R_S \ll 1/2\ G_o$, nous retrouvons le résultat très simple établi au paragraphe I-3-1.

I-4. REALISATION PRATIQUE ; RESULTATS OBTENUS

Pour étendre la bande passante de ce corrélateur jusqu'à une centaine de Mégahertz, nous avons fait appel à des composants et à des techniques adaptés au fonctionnement à ces fréquences élevées.

Plusieurs méthodes s'offrent à nous pour obtenir à partir d'un même générateur les deux tensions grille avec une même amplitude et une phase opposée, mais nous avons cependant écartées celles qui utilisent des amplificateurs (tels le circuit inverseur à un transistor, l'amplificateur différentiel, etc...) dont le fonctionnement s'avère délicat aux hautes fréquences, pour ne conserver que la solution du transformateur à large bande passante et à enroulement secondaire symétrique.

Le schéma complet de ce corrélateur (23) est alors représenté à la figure I.13.

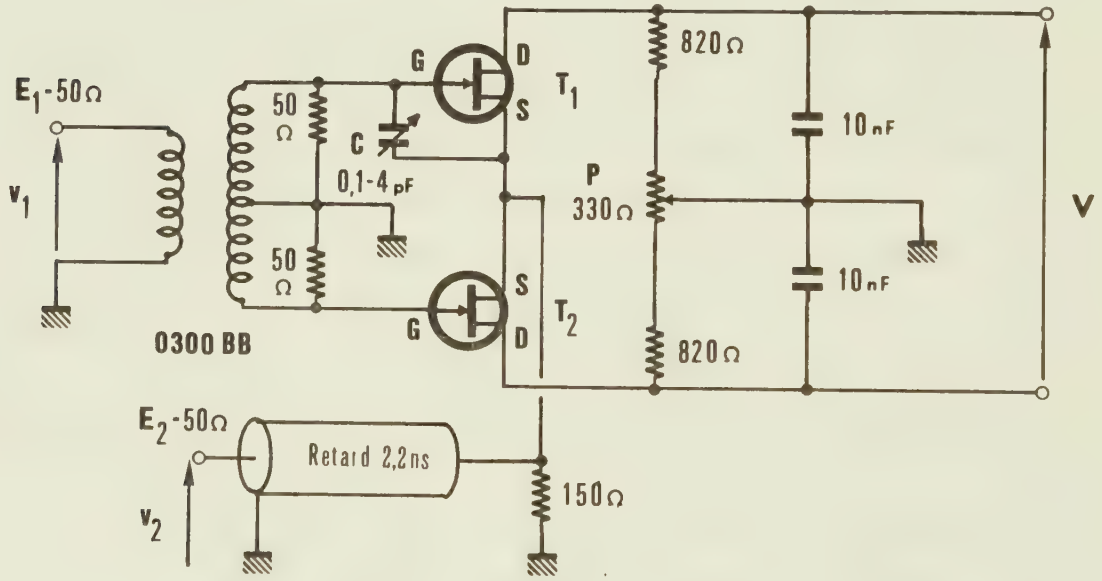


Fig. I.13 - Schéma complet du corrélateur à deux transistors à effet de champ

Le transformateur utilisé (type 0300 BB de la firme North-Hills) a une bande passante à - 3 décibels qui s'étend de 100 kHz à 100 MHz, et nous pensons, car cela n'a pu nous être précisé, que cette performance est obtenue à l'aide d'enroulements de cables coaxiaux sur un tore de ferrite. La différence entre les amplitudes de chaque tension secondaire reste inférieure à 1 % dans toute la gamme, et la variation de leur déphasage par rapport à 180° atteint au maximum 3° à 100 MHz.

Ce composant de haute qualité apporte cependant un retard de 2,2 ns, que nous avons compensé en introduisant sur l'autre voie du "générateur de tension source", un retard identique obtenu par une longueur déterminée de cable coaxial.

L'adaptation des deux entrées de ce montage à l'impédance caractéristique de 50 Ω des cables coaxiaux qui transmettent les signaux, est réalisée sur la voie du transformateur par les deux résistances secondaires de 50 Ω ramenées en parallèle au primaire avec un rapport de transformation égal à $\sqrt{2}$, et sur la voie des sources, par la mise en parallèle des deux résistances de 150 Ω ($1/G_o$) du canal de chaque transistor et d'une résistance extérieure de même valeur.

Les transistors de type 2N 4416 A (TEXAS INSTRUMENTS) ont été choisis pour leur excellent comportement aux hautes fréquences, et ont été très soigneusement apairés.

Ce corrélateur fonctionne très bien jusqu'à une fréquence d'environ 50 MHz en annulant les termes quadratiques par le réglage du potentiomètre P de façon à rattraper une légère dissymétrie entre les paramètres, conformément à l'étude théorique du paragraphe I-3-3-2.

Aux fréquences supérieures, nous avons obtenu un bon fonctionnement jusqu'à 100 MHz (limite imposée par le transformateur) en introduisant une capacité ajustable C de très faible valeur (0,1 à 5 pF) entre la grille et la source d'un des transistors pour compenser un léger déséquilibre capacitif du montage.

Les résultats obtenus sont représentés à la figure I.14, où nous avons porté, en abscisse la valeur efficace de la tension du générateur sinusoïdal qui attaque les deux entrées v_s et v_g par l'intermédiaire d'un diviseur en Té adapté (figure I.15), et en ordonnée la tension de sortie différentielle V mesurée avec un micro-voltmètre électronique. Ce fonctionnement correspond à une autocorrélation totale du signal (car il n'y a pas de retard sur l'une des voies), et les courbes paramétrées en fonction de la fréquence, sont pratiquement confondues tant que la tension appliquée reste inférieure à 300 mVefficaces ; au-delà, elles divergent, et nous pensons que cette divergence est due à la conduction de la jonction grille source d'un transistor.

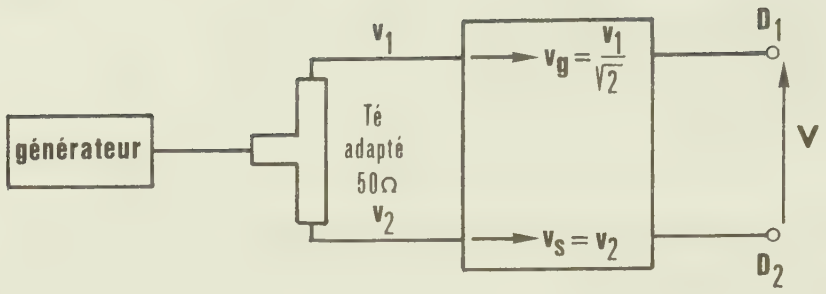


Fig. I.15 - Mesure en autocorrélation du coefficient k

Cette valeur correspond en effet à une tension crête d'environ 420 mV, or, si sur l'un des transistors, la tension v_{GS} est la différence entre les amplitudes des tensions v_g et v_s, sur l'autre elle en est la somme, d'où :

$$v_{GS_{(max)}} = 420 \text{ mV} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) \simeq 700 \text{ mV crête},$$

ce qui est sensiblement la valeur du seuil de conduction d'une diode au silicium.

Sur la courbe de la figure I.14 nous observons que la tension de sortie est proportionnelle au carré de la valeur efficace de la tension délivrée par le générateur :

$$V = k \ \overline{v^2}$$

Le coefficient k est indépendant de la fréquence jusqu'à environ 70 à 80 MHz, et sa valeur numérique est :

$$\boxed{k = 0{,}5 \ \ V^{-1}}$$

Nous pouvons retrouver cette valeur en appliquant les résultats théoriques du paragraphe I-3-3-2, avec les données suivantes :

- $V_p = 2{,}5$ V ,
- $G_o = 1/150$ Ω ,
- $R = 1$ kΩ ,
- $R_S = 25$ Ω .

Fig. I.14 - Courbes de réponse, en autocorrélation, de la tension de sortie du corrélateur en fonction de la valeur efficace d'un signal sinusoïdal de fréquence variable.

La résistance interne R_S est très inférieure à $(R+1/G_o)$, d'où en appliquant la relation simplifiée avec :

$$v_s = v_{générateur} ,$$

$$v_g = \frac{1}{\sqrt{2}} v_{générateur} ,$$

il vient :

$$k = \frac{\sqrt{2}}{V_p} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{R\ G_o}}$$

soit numériquement :

$$k = 0{,}49\ V^{-1}$$

Cette valeur théorique est tout à fait confirmée par le résultat pratique, qui justifie ainsi les diverses approximations que nous avons été amenés à faire au cours de l'établissement de cette relation.

La symétrie de ce montage n'est cependant pas parfaite, et nous avons évalué les coefficients des termes quadratiques de la multiplication en injectant le signal du générateur précédent sur une seule entrée à la fois, suivant le schéma de la figure I-16.

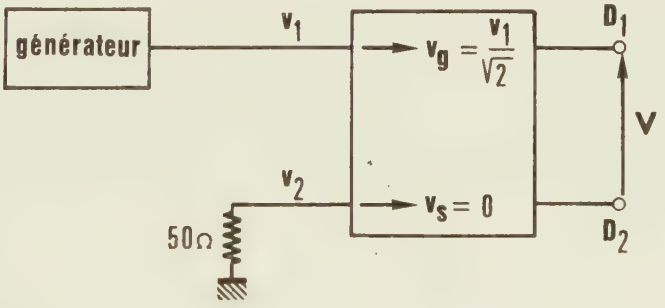


Fig. I.16 - Mesure du coefficient des termes quadratiques parasites (a dans le cas de cette figure)

Ecrivons en effet que la tension différentielle de sortie V est de la forme :

$$V = k\ \overline{v_1\ v_2} + a\ \overline{v_1^2} + b\ \overline{v_2^2} ,$$

les coefficients a et b peuvent alors être mesurés en appliquant leurs définitions :

$$a = \left(\frac{V}{v_1^2} \right) \text{ à } v_2 = 0 \qquad \text{et} \qquad b = \left(\frac{V}{v_2^2} \right) \text{ à } v_1 = 0$$

Avec une tension sinusoïdale de valeur efficace 100 mV, appliquée successivement sur chaque entrée, nous avons obtenu les résultats suivants :

Fréquence (MHz)	40	50	60	70	80	90	100
$10^4.a$	<0,3	1	1	1	1	1	1
$10^4.b$		<0,5	1	1,5	3,5	4	5

La sensibilité du micro-voltmètre que nous avons utilisé ne nous a pas permis de poursuivre ces mesures aux fréquences inférieures à 50 MHz.

Il est intéressant de remarquer que le coefficient a varie beaucoup moins vite et reste inférieur au coefficient b. Ceci est conforme à la théorie, puisque le fait d'appliquer une tension sur les grilles des transistors à effet de champ ne peut faire circuler de courant dans le canal, sauf aux hautes fréquences (cas de nos mesures) où les capacités parasites peuvent transmettre les tensions de grille sur les sources, alors qu'au contraire, la non linéarité de la résistance du canal est à l'origine même du coefficient b. Ceux-ci ont donc pour valeur maximale :

$$a_{max} = 10^{-4}\ V^{-1} \text{ et } b_{max} = 5.10^{-4}\ V^{-1} \text{ à 100 MHz.}$$

Leur valeur reste bien inférieure à celle de k dans toute la gamme de fréquence, et l'amélioration obtenue sur le corrélateur à un seul transistor est très importante.

Ce corrélateur est un *appareil* essentiellement *passif* de par l'absence de tension continue d'alimentation, et la stabilité à long terme qui en résulte ainsi que la simplicité de réalisation font également partie de ses principaux avantages.

I-5. MESURE DE FAIBLES TAUX DE CORRELATION : NECESSITE D'UNE AMPLIFICATION IMPORTANTE ET D'UNE MODULATION.

I-5-1. Définitions. Principe des mesures

La mesure par corrélation consiste à mettre en évidence la dépendance entre les fluctuations des signaux fournis par deux générateurs. Pour ce faire, nous pouvons considérer qu'une partie d'un signal est totalement corrélée avec une même partie de l'autre, et que chacune d'entre elles est affectée d'un bruit très important qui empêche sa mesure directe. On écrira alors :

$$v_1(t) = S_1(t) + B_1(t)$$

$$v_2(t) = S_2(t) + B_2(t)$$

où $S_1(t)$, $S_2(t)$, $B_1(t)$ et $B_2(t)$ ont une même nature aléatoire stationnaire et gaussienne, les signaux $B_1(t)$ et $B_2(t)$ étant indépendants entre eux ainsi que des signaux $S_1(t)$ et $S_2(t)$.

Le problème revient alors à la mesure d'un bruit signal $S(t)$ dans un bruit parasite $B(t)$.

Comme nous ne nous intéressons qu'aux fluctuations de ces phénomènes aléatoires, les signaux correspondants seront considérés avec une valeur moyenne nulle et les variables qui les représentent seront centrées.

Ces phénomènes étant d'autre part ergodiques, la moyenne stochastique d'une variable aléatoire $X(t)$ (notation $E\{X(t)\}$) se confond avec la moyenne statistique (notation $\mu\{X(t)\}$) et avec la moyenne temporelle (notation $\overline{X(t)}$). Le moment du premier ordre d'une variable centrée est nul, d'où :

$$E\{X(t)\} = \mu\{X(t)\} = \overline{X(t)} = 0 \quad ,$$

et le moment du second ordre est :

$$E\{X^2(t)\} = \sigma_X^2 = \overline{X^2(t)} \neq 0.$$

Ce moment du second ordre sera toujours différent de zéro pour les signaux que nous considérons, car il représente leur valeur quadratique moyenne, c'est-à-dire la puissance moyenne qu'ils dissipent dans une résistance de 1 ohm, appelée parfois pour cette raison

puissance réduite. Par commodité d'écriture, nous désignerons alors le moment du second ordre par le terme de puissance, et nous adopterons la notation statistique. C'est ainsi que la puissance de chacun des signaux précédents sera :

$$\sigma_{S_1}^2 \quad , \quad \sigma_{S_2}^2 \quad , \quad \sigma_{B_1}^2 \quad , \quad \sigma_{B_2}^2 \quad ,$$

et nous traduirons le fait que les signaux sont "noyés" dans un bruit en écrivant que la puissance de chacun d'eux est très inférieure à celle du bruit qui les contient :

$$\sigma_{S_1}^2 \text{ et } \sigma_{S_2}^2 \ll \sigma_{B_1}^2 \text{ et } \sigma_{B_2}^2$$

Nous définirons la dépendance entre les deux voies $v_1(t)$ et $v_2(t)$ par leur *fonction d'intercorrélation* :

$$C_{v_1 v_2}(\theta) = \overline{v_1(t) \cdot v_2(t-\theta)}$$

et leur *taux de corrélation* :

$$\rho_{v_1 v_2}(\theta) = \frac{C_{v_1 v_2}(\theta)}{\sqrt{\overline{v_1^2(t)} \cdot \overline{v_2^2(t)}}} \quad \text{avec} \quad \left| \rho_{v_1 v_2}(\theta) \right| \leqslant 1 \ ,$$

soit aussi sous une autre forme :

$$\rho_{v_1 v_2}(\theta) = \frac{C_{v_1 v_2}(\theta)}{\sigma_{v_1} \cdot \sigma_{v_2}}$$

Mais les signaux S et B étant indépendants, c'est-à-dire non corrélés, nous avons :

$$\sigma_{v_1}^2 = \sigma_{S_1}^2 + \sigma_{B_1}^2 \ \# \ \sigma_{B_1}^2$$

$$\sigma_{v_2}^2 = \sigma_{S_2}^2 + \sigma_{B_2}^2 \ \# \ \sigma_{B_2}^2 \ ,$$

d'où il résulte que le taux de corrélation s'écrit également :

$$\rho_{v_1 v_2}(\theta) \ \# \ \frac{C_{v_1 v_2}(\theta)}{\sigma_{B_1} \cdot \sigma_{B_2}}$$

Pour un corrélateur dont le fonctionnement serait parfait, le signal de sortie V serait une tension continue de valeur :

$$V(\theta) = k\ \overline{v_1(t)\ .\ v_2(t-\theta)} = k\ C_{v_1 v_2}(\theta) \quad ,$$

k étant le coefficient de multiplication caractéristique du corrélateur.

Si nous appliquons maintenant une seule voie sur les deux entrées du corrélateur mises en parallèle, celui-ci fonctionne en autocorrélation et le signal de sortie V' est :

$$V'_i(\theta) = k\ \overline{v_i(t)\ .\ v_i(t-\theta)} = k\ C_{v_i v_i}(\theta) \ ; \ (i = 1 \text{ ou } 2)$$

Pour un retard nul, cette valeur est maximale et fournit une mesure de la puissance totale (signal utile et bruit) de la voie considérée :

$$V'_i(o) = k\ \overline{v_i^2(t)} = k\ \sigma_{v_i}^2$$

et l'on en déduit alors la méthode de calcul du taux de corrélation pour un retard déterminé, d'après une mesure en intercorrélation avec ce même retard, et les mesures des puissances des signaux de chaque voie :

$$\rho(\theta) = \frac{V(\theta)}{\sqrt{V'_1(o)}\ .\ \sqrt{V'_2(o)}}$$

I-5-2. Mesure de très faibles taux de corrélation

Nous souhaitons pouvoir utiliser ce corrélateur pour mesurer des taux de 10^{-5} à 10^{-6} dans des expériences de corrélation de photons [24], pour lesquelles un calcul montre que les signaux ont sur les deux voies une valeur efficace maximale après amplification d'une centaine de millivolts.

Soient alors :

$$\sigma_S = \sigma_{S_1} = \sigma_{S_2} \quad \text{et} \quad \sigma_B = \sigma_{B_1} = \sigma_{B_2} = 0{,}1\ V \quad ,$$

le taux de corrélation qui est maximum pour un retard nul devient :

$$\rho(o) = \frac{V(o)}{V'(o)} = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_B^2} = \frac{\text{puissance du signal } S(t)}{\text{puissance du bruit } B(t)}$$

Avec $\rho(o) = 10^{-6}$, $\sigma_B = 0{,}1$ V et $k = 0{,}5\ V^{-1}$ nous obtenons en intercorrélation :

$$V(o) = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Volt}$$

soit $V(o) = 5$ nV

Cette très faible valeur de la tension continue à la sortie du corrélateur nécessite donc une très importante amplification de l'ordre de 10^8 à 10^9 pour l'amener dans la gamme d'utilisation de la plupart des appareils de mesure.

Ce corrélateur n'est d'autre part pas parfait, et nous avons précédemment établi (paragraphe I-4) que sa tension de sortie pouvait se mettre sous la forme :

$$V = k\ \overline{v_1 v_2} + a\ \overline{v_1^2} + b\ \overline{v_2^2}$$

En intercorrélation avec un retard nul et des voies identiques, il vient :

$$V \# k\ \sigma_S^2 + (a+b)\ \sigma_B^2$$

soit aussi : $V = k\ \rho(o)\ \sigma_B{}^2 + (a+b)\ \sigma_B{}^2$

Evaluons chacun de ces termes :

signal à mesurer : $k\ \rho(o)\ \sigma_B^2 = 5$ nV

signal parasite : $(a+b)\ \sigma_B^2 = 6\ \mu$V pour les valeurs maximales de a et b.

Le signal parasite est donc 1200 fois plus important que le signal à mesurer, et l'importance de ce terme limite l'emploi de cet appareil à la mesure directe de taux de corrélation supérieurs à environ 10^{-3}.

Nous avons fortement amélioré le fonctionnement du corrélateur à un seul transistor à effet de champ par l'utilisation d'un montage symétrique, mais celui-ci se révèle donc insuffisant pour accéder à la mesure des très faibles taux que nous nous sommes fixés. Les imperfections de ce montage, qui proviennent de dissymétries très faibles particulièrement sensibles aux fréquences élevées, et que l'on peut par conséquent attribuer à la présence d'éléments non résistifs (inductances et capacités parasites), nous semblent, dans l'état actuel de nos moyens, extrêmement difficiles à éliminer.

A la suite de ces résultats, M. MORA nous a proposé d'étudier l'introduction *d'une modulation sur l'une des voies du corrélateur* : en inversant rapidement le signe de la transmission du signal, on inverse à la même cadence le signe de la tension continue corrélée qui devient ainsi alternative, alors que les termes quadratiques demeurent une composante continue.

La distinction entre les formes alternatives de la tension corrélée et continue des termes parasites constitue ainsi le principe de l'amélioration de la sensibilité de ce corrélateur et va faire l'objet des paragraphes suivants.

C H A P I T R E D E U X

AMELIORATION DU FONCTIONNEMENT DU CORRELATEUR

A L'AIDE DE MODULATIONS

II-1. MODULATION DU SIGNAL SUR UNE VOIE

Le signal transmis sur chaque voie du corrélateur est dans la plupart des cas aléatoire stationnaire et gaussien, avec un spectre limité à une fréquence supérieure ν_2, et à une fréquence inférieure ν_1 de façon à ne recueillir que les fluctuations et à éliminer sa composante continue éventuelle.

La densité énergétique $\gamma(\nu)$ de ce signal est donc constante dans la bande $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$, et nous supposerons qu'elle a l'aspect rectangulaire représenté à la figure II.1 (*). (Cette hypothèse est destinée à simplifier les calculs de la densité spectrale du signal à la sortie du corrélateur et tout au long de la chaîne des amplificateurs. Elle n'est cependant pas très restrictive, car elle représente assez bien par exemple la densité spectrale du courant anodique d'un photomultiplicateur soumis à un éclairement intense).

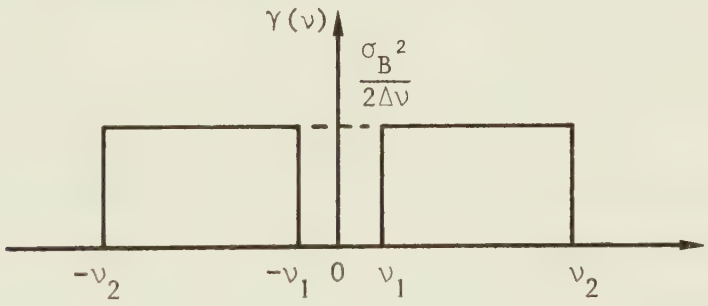


Fig. II.1 - Densité spectrale énergétique des signaux de chaque voie

Si σ_v^2 désigne la valeur quadratique moyenne (ou puissance réduite) du signal v(t) d'une voie :

$$\sigma_v^2 = \overline{v^2(t)} \quad ,$$

(*) Nous utiliserons par convention cette représentation symétrique avec des "fréquences négatives", car elle a l'avantage de ne pas introduire de considérations sur le repliement de spectres à la fréquence 0 et de simplifier ainsi les études de changement de fréquence que nous serons amenés à faire.

sa densité spectrale énergétique est :

$$\gamma(\nu) = \frac{\sigma_v^2}{2\Delta\nu} \qquad \text{pour} \quad \nu_1 < |\nu| < \nu_2$$

En considérant qu'il est composé d'un signal S(t) que l'on désire mesurer, et d'un bruit B(t) d'une puissance très supérieure à celle de S(t), nous avons :

$$v(t) = S(t) + B(t)$$

$$\sigma_v^2 = \sigma_S^2 + \sigma_B^2 \simeq \sigma_B^2$$

d'où :

$$\gamma(\nu) \simeq \frac{\sigma_B^2}{2\Delta\nu} \quad \text{pour} \quad \nu_1 < |\nu| < \nu_2 \quad \text{(figure II.1)}$$

Dans notre cas la fréquence basse ν_1, d'environ 100 kHz est imposée par la présence du transformateur à large bande sur une voie du corrélateur, et nous limiterons la fréquence haute ν_2 à la valeur pratique de 80 MHz (résultant de la rapidité de photomultiplicateurs que nous avons utilisés), d'où :

$$\Delta\nu \simeq 80 \text{ MHz}$$

Il est donc nécessaire que la modulation puisse s'effectuer dans une bande aussi large, et nous avons retenu la solution du modulateur en anneau à cause de sa simplicité (l'étude de son fonctionnement et sa réalisation seront l'objet de paragraphes ultérieurs).

Ce modulateur inverse périodiquement le signe de la transmission du signal sur une voie avec une fréquence de répétition ν_o, et réalise en conséquence une modulation d'amplitude avec suppression de la porteuse correspondant à chaque harmonique de l'opérateur de modulation (*). Cet opérateur que nous désignerons par $M(\nu_o t)$ et que nous avons représenté à la figure II.2, a une valeur moyenne nulle, une amplitude et un rapport cyclique unités, de façon à n'obtenir qu'un simple changement de signe au cours du temps.

(*) Nous appellerons "opérateur de modulation", la fonction mathématique qui réalise la transformation effective du signal appliqué au modulateur, et nous réserverons le terme "signal de modulation" pour désigner le signal électrique qui commande ce modulateur.

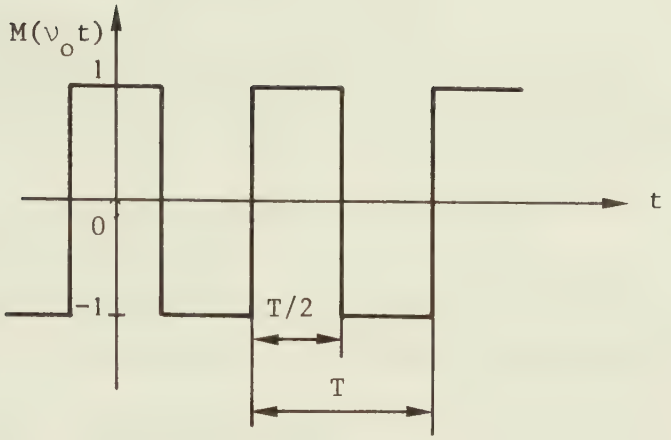


Fig. II.2 - Opérateur de modulation

Aux entrées 1 et 2 du corrélateur (voir figure II.3), nous trouvons alors les signaux suivants :

- voie 1 retardée : $v_1'(t) = v_1(t-\theta)$,
- voie 2 modulée : $v_2'(t) = v_2(t) \cdot M(\nu_o t)$

Le signal v'_s résultant de la multiplication est ainsi :

$$v'_s = k\, v_1(t-\theta) \cdot v_2(t) \cdot M(\nu_o t) \quad ,$$

ce qui s'écrit également :

$$v'_s = \left[k \cdot v_1(t-\theta) \cdot v_2(t) \right] M(\nu_o t) \quad ,$$

et nous constatons que la modulation de l'une des voies par l'opérateur $M(\nu_o t)$, revient à moduler le produit des deux voies par ce même opérateur.

Considérons alors un filtre passe-bande centré sur ν_o et faisant suite au corrélateur. Si la bande-passante de ce filtre est suffisamment étroite par rapport à la valeur de la fréquence de modulation ν_o, il est aisé de concevoir qu'il ne subsistera plus à sa sortie que le produit précédent modulé à cette fréquence, mais avec un spectre de largeur très limitée. Or ce produit se décompose de la façon suivante :

$$v_1(t-\theta).v_2(t) = S(t).S(t-\theta) + S(t).B_1(t-\theta) + S(t-\theta).B_2(t) + B_1(t-\theta).B_2(t)$$

et sa densité spectrale énergétique est constituée d'une raie à la fréquence 0, d'amplitude :

$$\overline{v_1(t-\theta) \cdot v_2(t)} = \overline{S(t) \cdot S(t-\theta)} = C_{SS}(\theta)$$

avec de part et d'autre un certain niveau de bruit caractérisé par un facteur de la forme $\sigma^2_{B_s}/N$, N étant la bande de bruit équivalente à la sortie du corrélateur.

La modulation ayant pour effet de décomposer la raie précédente en deux raies aux fréquences $-\nu_o$ et ν_o, si la bande passante du filtre devient extrêmement étroite, il ne restera plus à sa sortie qu'un signal sinusoïdal de fréquence ν_o :

$$v_s = k\ \overline{v_1(t-\theta) \cdot v_2(t)} \cdot M_{\nu_o} \cdot \cos 2\pi\nu_o t$$

où M_{ν_o} est l'amplitude du terme fondamental de la décomposition en série de Fourier de l'opérateur de modulation $M(\nu_o t)$.

Nous constatons ainsi que la moyenne temporelle du produit des signaux de chaque voie apparaît modulée à la fréquence ν_o, et le premier avantage qui en résulte est que l'amplification importante nécessaire à la mesure de faibles taux de corrélation peut être réalisée sous forme alternative, ce qui élimine ainsi tous les problèmes de dérives affectant les amplificateurs de tension continue que nous aurions dû employer en l'absence de cette modulation.

Quant aux termes parasites quadratiques $a\ \overline{v_1^2}$ et $b\ \overline{v_2^2}$, ils deviennent maintenant à la sortie du multiplieur :

$$a\ v_1^2(t-\theta) \cdot M^2(\nu_o t) + b\ v_2^2(t) \cdot M^2(\nu_o t)$$

Or l'opérateur de modulation élevé au carré n'est plus qu'une composante continue, et ces termes n'apportent par conséquent pas de raie à la fréquence ν_o et ne peuvent donc pas perturber le fonctionnement de cet ensemble qui devient alors théoriquement parfait.

Une difficulté concernant le multiplieur subsiste toutefois, car nous avons supposé lors de son étude (paragraphe I.3) que le découplage de ses deux sorties sur les drains des transistors à effet de champ est parfait, c'est-à-dire en fait pratiquement réalisé avec des condensateurs de très forte valeur. Si cependant nous réalisons un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure légèrement supérieure à ν_o, mais suffisamment faible devant le très large domaine de fréquences qu'ils doivent découpler, nous pourrons considérer que la pertur-

bation ainsi introduite est négligeable. Pour cela il suffit donc de choisir une fréquence de modulation assez basse, qui est également justifiée par la très importante amplification sélective que doit subir le signal corrélé, et notre choix s'est porté sur la valeur de 5 kHz.

$$\nu_o = 5 \text{ kHz}$$

En résumé, la modulation d'une voie et un filtrage à la sortie du corrélateur nous permettent d'éliminer l'influence des termes quadratiques de la multiplication, et de bénéficier en même temps de la transformation en signal sinusoïdal du terme relatif à la moyenne temporelle du produit, et de rendre ainsi plus facile son amplification.

II-2. SPECTRE DU SIGNAL DE SORTIE DU CORRELATEUR

Considérons le schéma synoptique de la figure II.3. Nous nous proposons de déterminer les caractéristiques du signal Z(t) à la sortie du filtre passe-bande qui suit le corrélateur. Nous représenterons ce dernier sous la forme d'un multiplieur, en admettant que le filtre passe-bas qui assure son fonctionnement laisse passer sans atténuation toutes les fréquences de la bande $\Delta\nu'$ centrée sur ν_o du filtre précédent.

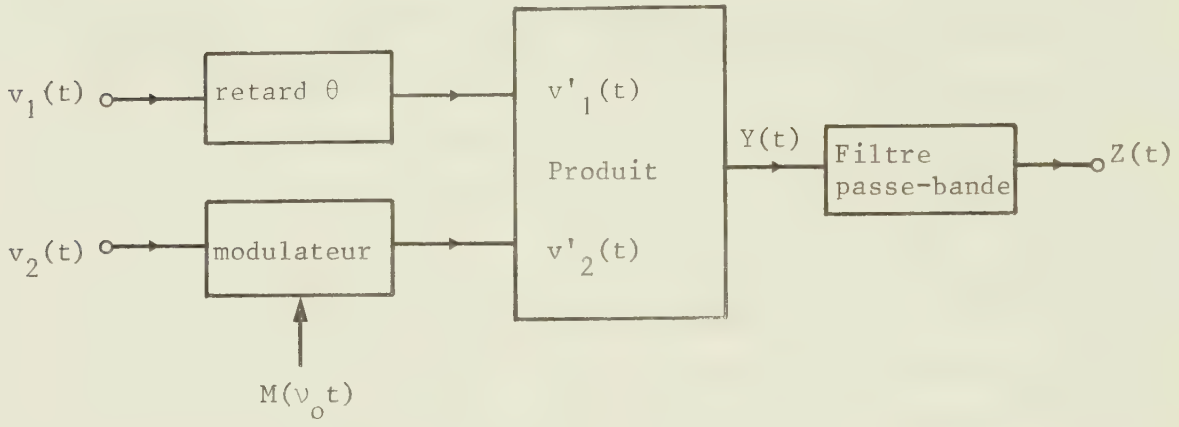


Fig. II.3 - Modulation de l'une des voies d'entrée du corrélateur

L'étude des niveaux du bruit et du signal corrélé à la sortie de ce filtre sera faite à partir de leurs densités spectrales énergétiques, et leurs spectres, en application du théorème de WIENER-KHINTCHINE, seront obtenus en prenant la transformée de Fourier de leurs fonctions d'autocorrélation.

II-2-1. Fonction d'autocorrélation du signal de sortie du multiplieur.

Du schéma de la figure précédente il vient :

$$v'_1(t) = S(t-\theta) + B_1(t-\theta)$$

$$v'_2(t) = \left(S(t) + B_2(t)\right) M(\nu_o t)$$

D'où :

$$Y(t) = k.v'_1(t) \cdot v'_2(t)$$

Exprimons la fonction d'autocorrélation de cette variable, à l'aide du retard τ :

$$C_{YY}(\tau) = \overline{Y(t) \cdot Y(t-\tau)}$$

avec :

$$Y(t).Y(t-\tau) = k^2 \left\{ \left(S(t).S(t-\theta) + S(t).B_1(t-\theta) + S(t-\theta).B_2(t) + B_1(t-\theta).B_2(t)\right) M(\nu_o t) \right\} \cdot$$

$$\left\{ \left(S(t-\tau).S(t-\theta-\tau) + S(t-\tau).B_1(t-\theta-\tau) + S(t-\theta-\tau).B_2(t-\tau) + B_1(t-\theta-\tau).B_2(t-\tau)\right) M\left(\nu_o(t-\tau)\right) \right\}$$

Or les signaux S, B_1, B_2 et M sont indépendants les uns des autres (ils sont non corrélés ou orthogonaux entre eux), d'où après avoir effectué et pris la valeur moyenne il reste :

$$C_{YY}(\tau) = k^2 . \left\{ \begin{array}{l} \overline{S(t).S(t-\tau) \cdot S(t-\theta) \cdot S(t-\theta-\tau)} \\ + \overline{S(t).S(t-\tau)} \cdot \overline{B_1(t-\theta).B_1(t-\theta-\tau)} \\ + \overline{S(t-\theta) \cdot S(t-\theta-\tau)} \cdot \overline{B_2(t).B_2(t-\tau)} \\ + \overline{B_1(t-\theta).B_1(t-\theta-\tau)} \cdot \overline{B_2(t).B_2(t-\tau)} \end{array} \right\} \cdot \overline{M(\nu_o t).M\left(\nu_o(t-\tau)\right)}$$

Le signal S(t) étant aléatoire stationnaire, gaussien et centré, le premier terme se décompose de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \overline{S(t).S(t-\tau).S(t-\theta).S(t-\theta-\tau)} = & \overline{S(t).S(t-\tau)} \cdot \overline{S(t-\theta).S(t-\theta-\tau)} \\ & + \overline{S(t).S(t-\theta)} \cdot \overline{S(t-\tau).S(t-\theta-\tau)} \\ & + \overline{S(t).S(t-\theta-\tau)} \cdot \overline{S(t-\tau).S(t-\theta)} \end{aligned}$$

En utilisant les fonctions d'autocorrélation, nous obtenons finalement :

$$C_{YY}(\tau) = k^2 . \left\{ \begin{array}{l} C^2_{SS}(\theta) + C^2_{SS}(\tau) + C_{SS}(\theta+\tau) \cdot C_{SS}(\theta-\tau) \\ + C_{SS}(\tau).C_{B_1B_1}(\tau) + C_{SS}(\tau).C_{B_2B_2}(\tau) + C_{B_1B_1}(\tau).C_{B_2B_2}(\tau) \end{array} \right\} C_{MM}(\tau)$$

Cette expression étant très complexe, nous pouvons, sans trop restreindre la généralité de la démonstration, la simplifier en supposant les deux voies identiques. Elles ont alors les mêmes caractéristiques stochastiques et en particulier :

$$C_{B_1B_1}(\tau) = C_{B_2B_2}(\tau) = C_{B\ B}(\tau)$$

D'autre part les bruits $B_1(t)$ et $B_2(t)$ étant de même nature que le signal S(t), leurs fonctions d'autocorrélation sont proportionnelles, avec un coefficient de proportionnalité égal au taux de corrélation pour un retard nul :

$$\rho(o) = \frac{\sigma_S^{\ 2}}{\sigma_B^{\ 2}} = \frac{C_{SS}(o)}{C_{BB}(o)} = \frac{C_{SS}(\tau)}{C_{BB}(\tau)}$$

L'expression de $C_{YY}(\tau)$ devient ainsi :

$$C_{YY}(\tau)=k^2\left\{C_{SS}^2(\theta)+C_{SS}(\theta+\tau).C_{SS}(\theta-\tau)+\left(1+\rho(o)\right)^2C_{BB}^2(\tau)\right\}\ C_{MM}(\tau)$$

En considérant que le taux de corrélation $\rho(o)$ est très faible (inférieur à 10^{-3}), nous pouvons le négliger devant l'unité. De même, le terme $C_{SS}(\theta+\tau).C_{SS}(\theta-\tau)$ égal à $C_{SS}^2(\tau)$ pour $\theta = 0$, donc très inférieur à $C_{BB}^2(\tau)$, est très négligeable, car pour $\tau \neq 0$ sa contribution est encore plus petite. Il reste donc finalement :

$$C_{YY}(\tau) \# k^2 \left\{ C_{SS}^2(\theta) + C_{BB}^2(\tau) \right\} C_{MM}(\tau)$$

Le spectre du signal Y(t) est donc obtenu en prenant la transformée de Fourier de cette expression. L'étude peut cependant en être facilitée en considérant que la multiplication par $C_{MM}(\tau)$ revient à l'obtenir à l'aide du produit de convolution entre le spectre du signal non modulé et celui de l'opérateur de modulation.

II-2-2. Spectre du signal sans modulation

1°) Signal utile

La transformée de Fourier du terme $C_{SS}^2(\theta)$ indépendant de τ est $C_{SS}^2(\theta).\delta(\nu)$ où $\delta(\nu)$ est la distribution de Dirac. Cela signifie qu'il y a sur la fréquence 0 une raie correspondant au signal corrélé, c'est-à-dire à la composante continue introduite par la valeur moyenne de Y(t).

Son amplitude peut également s'écrire en fonction du taux de corrélation, soit $k^2\rho^2(\theta).\sigma_B^4$, elle est donc maximale pour $\theta = 0$ et vaut alors :

$$k^2.\rho^2(0).\sigma_B^4 = k^2.\sigma_S^4$$

2°) Fluctuations

La transformée de Fourier $\Gamma_B(\nu)$ du terme $C_{BB}^2(\tau)$ se calcule par la convolution avec lui-même du spectre $\gamma(\nu)$ (figure II.1) du bruit B(t) :

$$\Gamma_B(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(n) \cdot \gamma(\nu-n)\, dn$$

Ce produit de convolution s'exprime assez simplement, et le spectre $\Gamma_B(\nu)$ des fluctuations du signal Y(t) obtenu sans modulation est indiqué à la figure II.4.

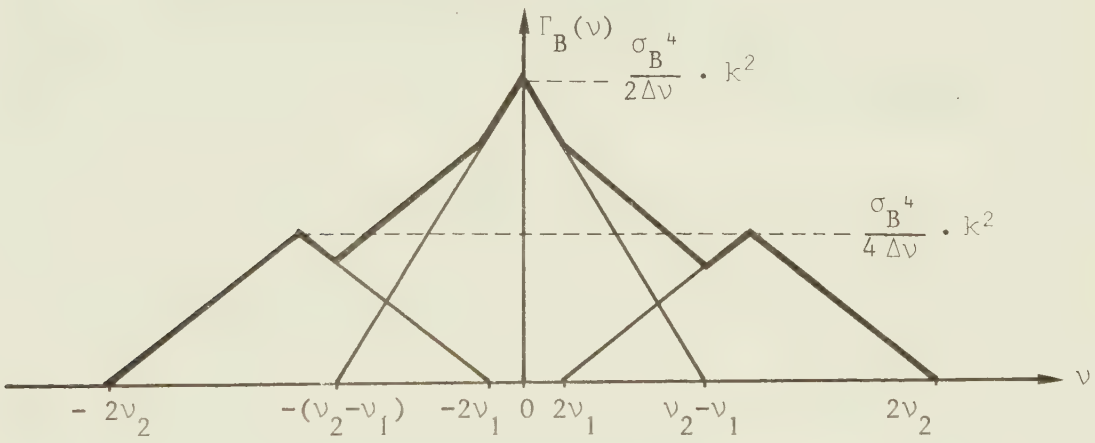


Fig. II.4 - Spectre des fluctuations du signal de sortie du corrélateur, sans modulation

Comme cependant $\nu_1 << \nu_2$, nous pouvons simplifier cette représentation et considérer que ce spectre a la forme triangulaire de la figure II.5 où nous avons ajouté la raie correspondant à la composante continue.

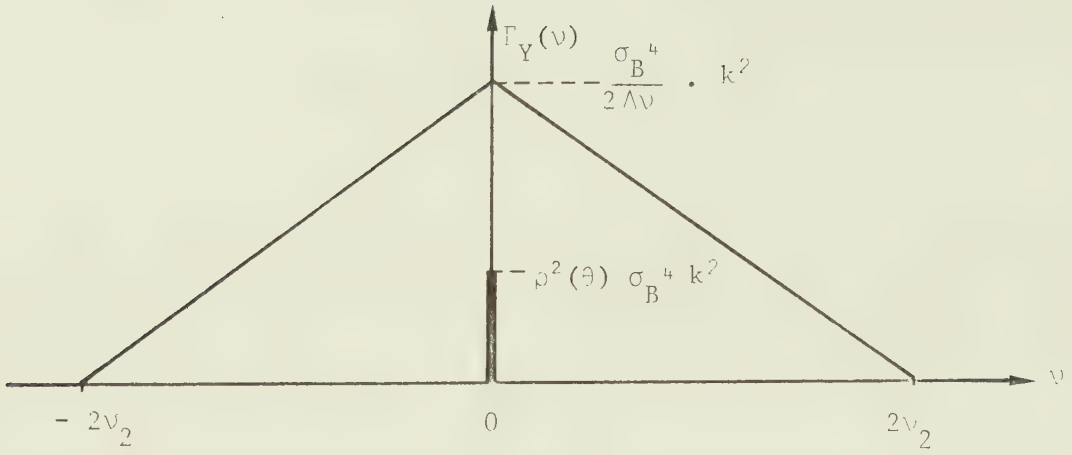


Fig. II.5 - Représentation simplifiée de la figure II.6.

II-2-3. Spectre du signal avec modulation

La décomposition en série de Fourier de l'opérateur de modulation est :

$$M(\nu_o t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos 2\pi\ (2n+1)\ \nu_o t$$

et son spectre $\Gamma_M(\nu)$ est un spectre de raies (figure II.6) :

$$\Gamma_M(\nu) = \frac{4}{\pi^2} \left\{ \left[\delta(\nu-\nu_o) + \delta(\nu+\nu_o)\right] + \frac{1}{9}\left[\delta(\nu-3\nu_o)+\delta(\nu+3\nu_o)\right] + \ldots \right.$$
$$\left. + \frac{1}{(2n+1)^2}\left[\delta\left(\nu-(2n+1)\nu_o\right) + \delta\left(\nu+(2n+1)\nu_o\right)\right] + \ldots \right\}$$

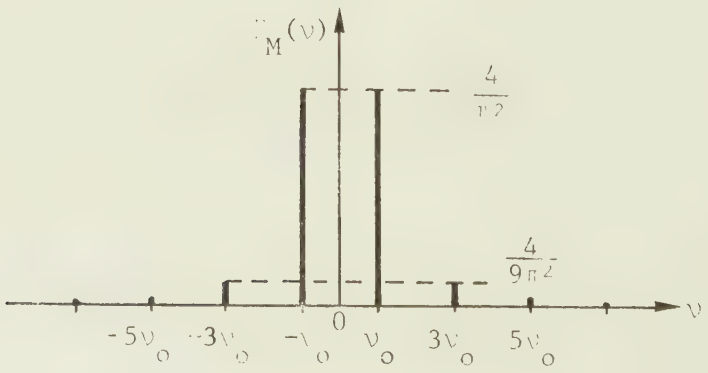


Fig. II.6 - Spectre de raies de $M(\nu_o t)$

La linéarité qui résulte du produit de convolution nous permet d'obtenir le spectre complet de Y(t) en faisant la somme de tous les spectres partiels de ce signal, provenant de la convolution de $\Gamma_B(\nu)$ et de $\Gamma_S(\nu)$ avec chaque raie de $\Gamma_M(\nu)$.

II-2-3-1. Valeur efficace du signal utile corrélé

La modulation a pour effet de décomposer la raie $k^2\ \rho^2(\theta)\ \sigma_B^4\ \delta(\nu)$ en un spectre de raies :

$$\Gamma_{Y_S}(\nu) = \frac{4}{\pi^2}\, k^2\rho^2(\theta)\ \sigma_B^4 \left\{ \left[\delta(\nu-\nu_o) + \delta(\nu+\nu_o)\right] + \ldots \right.$$

$$\left. + \frac{1}{(2n+1)^2} \left[\delta\left(\nu-(2n+1)\nu_o\right) + \delta\left(\nu+(2n+1)\nu_o\right)\right] + \ldots \right\}$$

dont le filtre passe-bande ne transmet que le terme fondamental. Le signal utile résultant de la corrélation entre les deux voies apparaît donc sous la forme d'une composante alternative de fréquence ν_o, dont la valeur efficace est

$$S_S = \frac{4}{\pi}\ \frac{k}{\sqrt{2}}\ \rho(\theta)\ .\ \sigma_B^2$$

II-2-3-2. Valeur quadratique moyenne des fluctuations

Le produit de convolution entre le terme fondamental de fréquence ν_o de l'opérateur de modulation et le spectre des fluctuations de Y(t) obtenu sans modulation se fait très simplement d'une manière graphique, et nous avons représenté le résultat en trait fort à la figure II.7.

En fait, seule la contribution qu'apporte chacun de ces spectres partiels autour de la fréquence ν_o nous intéresse pour calculer le niveau de bruit à la sortie du filtre passe-bande. De la comparaison des triangles semblables ABC et ADE de la figure II.7, nous déduisons ainsi :

$$2\ h\ (\nu_o) = \frac{4}{\pi^2}\, k^2\ \frac{\sigma_B^4}{\Delta\nu} \left[\ 1 - \frac{\nu_o}{2\nu_2}\ \right]$$

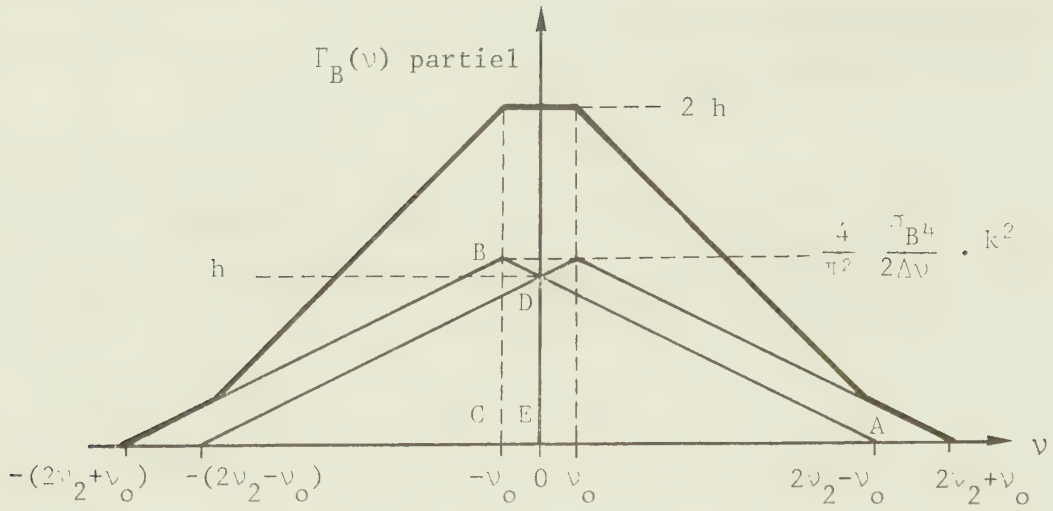


Fig. II.7 - Spectre partiel de Y(t) résultant de la modulation à la fréquence fondamentale ν_o

Le troisième harmonique donne une forme de densité spectrale énergétique absolument identique, constante entre les fréquences - 3 ν_o et 3 ν_o et de valeur :

$$2\ h\ (3\nu_o) = \frac{1}{9} \cdot \frac{4}{\pi^2} k^2 \frac{\sigma_B^4}{\Delta\nu} \left(1 - \frac{3\nu_o}{2\nu_2} \right)$$

Par récurrence, avec l'harmonique de rang (2n+1) nous obtenons :

$$2\ h\ \left[(2n+1)\nu_o \right] = \frac{1}{(2n+1)^2} \frac{8}{\pi^2} k^2 \frac{\sigma_B^4}{\Delta\nu} \left(1 - \frac{(2n+1)\nu_o}{2\nu_2} \right)$$

Cependant les harmoniques de rang extrêmement élevé ne participent plus du tout à contribution (figure II.8) dès que :

$$(2n+1)\ \nu_o - 2\nu_2 > \nu_o$$

soit pour un rang :

$$2n+1 > 1 + \frac{2\nu_2}{\nu_o} \quad ,$$

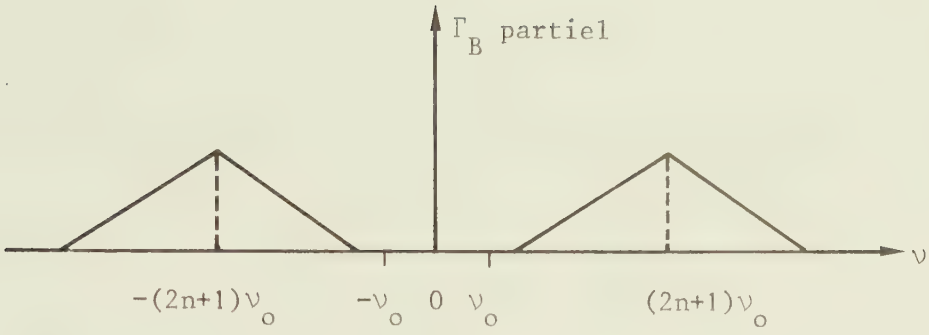


Fig. II.8 - Contribution nulle à ν_o et $-\nu_o$ apportée par la modulation avec un harmonique de rang élevé

et la sommation de la densité spectrale à la fréquence ν_o de tous les spectres partiels ne doit s'étendre que jusqu'à l'entier N immédiatement inférieur à $n = \frac{\nu_2}{\nu_o}$, soit ici N = 20 000 pour ν_o = 5 kHz et $\nu_{2\ max}$ = 100 MHz. D'où :

$$\Gamma_{Y_B}(\nu_o) = \sum_{n=0}^{N} 2\ h\left\{(2n+1)\nu_o\right\}$$

soit :

$$\Gamma_{Y_B}(\nu_o) = \frac{4}{\pi^2}\ k^2\ \frac{\sigma_B^{\ 4}}{\Delta\nu}\left\{\sum_{n=0}^{N}\frac{1}{(2n+1)^2} - \frac{\nu_o}{2\nu_2}\sum_{n=0}^{N}\frac{1}{2n+1}\right\}$$

La série de terme général $\frac{1}{(2n+1)^2}$ est convergente, de somme $\frac{\pi^2}{8}$, et nous pouvons alors étendre la sommation du premier terme jusqu'à l'infini car l'erreur ainsi commise, inférieure à $\frac{1}{(2N+1)^2}$ soit 5.10^{-10}, est extrêmement faible.

Il en est tout autrement de la série de terme général $\frac{1}{2n+1}$ qui est divergente, ce qui nous oblige à calculer sa somme exacte. Nous avons alors programmé cette sommation sur un calculateur de bureau et obtenu la valeur de 5,93, qui montre la très lente divergence de cette série dont l'influence sur le résultat de la précédente peut être négligée à cause du terme $\nu_o/2\nu_2$ très inférieur à l'unité.

Finalement la densité spectrale autour de la fréquence ν_o des fluctuations du signal de sortie du multiplieur est ainsi :

$$\Gamma_{Y_B}(\nu_o) = k^2 \frac{\sigma_B^4}{\Delta\nu} \cdot \frac{1}{2}$$

et la valeur quadratique moyenne de ces fluctuations à la sortie du filtre passe-bande est :

$$B_S^2 = k^2 \sigma_B^4 \frac{\Delta\nu'}{\Delta\nu}$$

II-2-3-3. Rapport signal sur bruit

En définissant le rapport signal sur bruit à la sortie du filtre par le rapport des valeurs efficaces correspondantes, nous obtenons :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_S^2 = \frac{8}{\pi^2} \rho^2(\theta) \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu'}$$

Nous remarquons que la modulation de l'une des voies nous a amené à ne conserver par filtrage que le terme fondamental du signal utile et à perdre toute la puissance contenue dans les harmoniques. Ceci ne peut évidemment qu'altérer le rapport signal sur bruit et se traduit dans la formule précédente par la présence du facteur $\frac{8}{\pi^2}$.

Les avantages de la modulation sont donc légèrement diminués par une perte d'environ 10 % sur l'amplitude du signal corrélé et sur le rapport signal sur bruit, mais il est possible d'augmenter ce dernier par un filtrage plus efficace.

II-3. DEMODULATION SYNCHRONE

Utilisons la relation du paragraphe précédent pour calculer la bande passante $\Delta\nu'$ nécessaire pour obtenir un rapport signal sur bruit de 10 en valeur efficace, avec les données suivantes :

- bande passante des signaux de chaque voie : $\Delta\nu = 10^8$ Hz,
- taux de corrélation de ces signaux : $\rho(o) = 10^{-5}$.

Nous en déduisons :

$$\Delta\nu' \simeq 10^{-4} \text{ Hz}.$$

Il faut donc que cette bande passante soit extrêmement étroite pour mesurer avec précision des taux de corrélation de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6}, or il est impensable de pouvoir l'obtenir par une réduction de la largeur de la bande d'un filtre ou d'un amplificateur à 5 kHz, seule une intégration d'un signal continu par des moyens appropriés le permet.

Pour cette raison, il est nécessaire de transposer le signal utile modulé à 5 kHz en un signal continu, c'est-à-dire de faire un changement de fréquence qui revient à moduler ce signal par un autre signal déterministe de même fréquence. Nous réaliserons cette opération par une démodulation synchrone dont le schéma synoptique est représenté à la figure II.9.

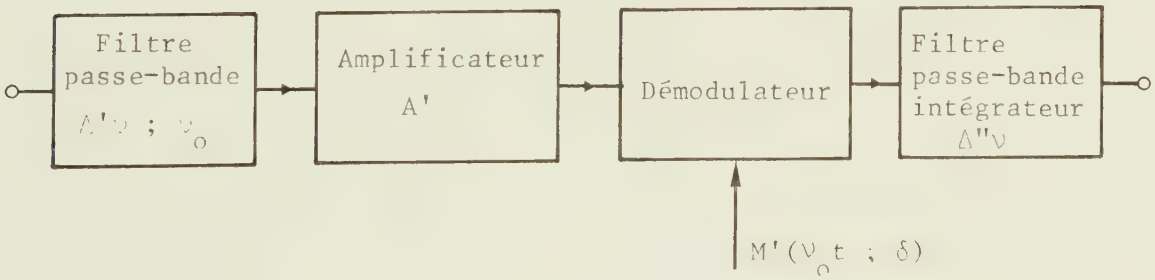


Fig. ... - ... 5 kHz

A la sortie de l'amplificateur, le signal utile est sinusoïdal :

$$\frac{4}{\pi} k \rho(\theta) \sigma_B^2 A' \cos 2\pi\nu_o t$$

et entouré d'un bruit aléatoire stationnaire non gaussien, à bande étroite $\Delta\nu'$ et de valeur efficace :

$$k \sigma_B^2 \sqrt{\frac{\Delta\nu'}{\Delta\nu}} A'$$

(Contrairement à ce qui a lieu pour une transformation linéaire, le produit de deux variables gaussiennes indépendantes et centrées n'est pas gaussien).

Considérons alors un signal déterministe $M'\left[\nu_o(t+\delta)\right]$ de fréquence de récurrence ν_o, avec un retard δ par rapport au signal de modulation, de moyenne nulle (donc ne possédant pas de raie spectrale à la fréquence 0), et dont la transformée de Fourier fournit le spectre de raies représenté à la figure II.10, où $M'(n\nu_o)$ est l'amplitude du $n^{ième}$ harmonique.

A la sortie du démodulateur nous trouvons un signal égal au produit de cet opérateur par la somme des deux signaux précédents, et dont le spectre est alors obtenu en faisant le produit de convolution du spectre de raies du signal de modulation avec le spectre du signal à démoduler reproduit à la figure II.11. Mais contrairement à ce qui se passait pour la modulation, le bruit ayant une bande de fréquence très étroite, beaucoup plus faible que la valeur de ν_o, il n'apparaît pas de recouvrement de spectre et le produit de convolution peut être exprimé beaucoup plus facilement (figure II.12).

Nous obtenons ainsi la composante continue du signal utile :

$$S_S = \frac{2}{\pi} M'(\nu_o) \cdot k \cdot \rho(\theta) \cdot \sigma_B^2 \cdot A' \cdot \cos 2\pi \nu_o \delta$$

avec les fluctuations d'un bruit dans une bande de $-\frac{\Delta\nu'}{2}$ à $\frac{\Delta\nu'}{2}$, dont la valeur quadratique moyenne est :

$$B_S^2 = \frac{1}{4} M'^2(\nu_o) \cdot k^2 \cdot \sigma_B^4 \cdot \frac{\Delta\nu'}{\Delta\nu} \cdot A'^2.$$

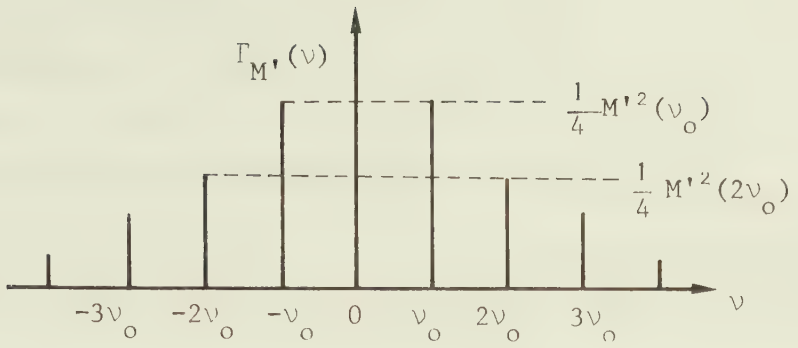


Fig. II.10 - Spectre de raïes du signal de démodulation.

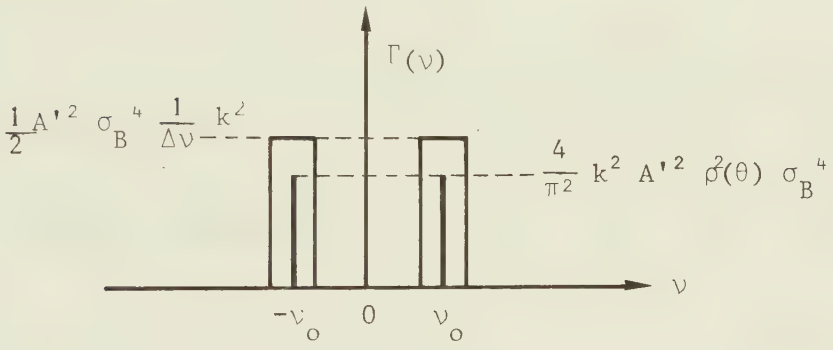


Fig. II.11 - Spectre du signal avant démodulation.

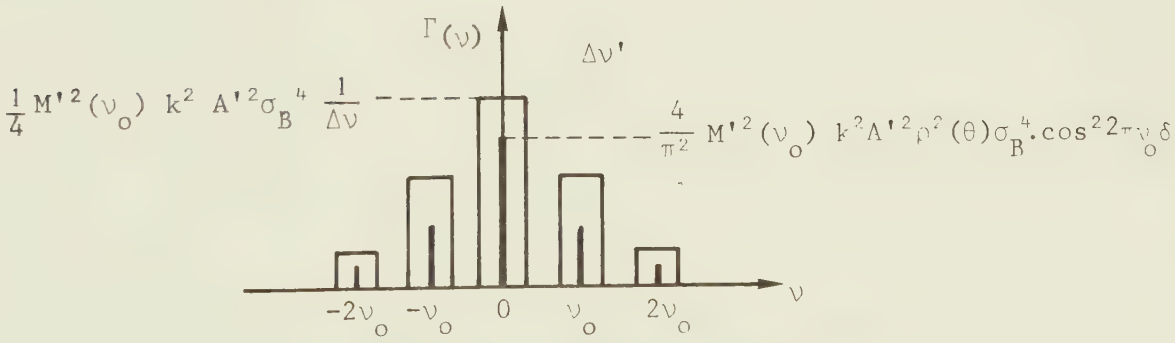


Fig. II.12 - Spectre du signal démodulé

Alors que ce niveau de bruit est indépendant de δ, puisque le bruit à l'entrée n'a aucune corrélation avec le signal de modulation M', la composante continue est maximale pour un retard nul entre les signaux de modulation et de démodulation.

A la suite de considérations que nous évoquerons dans les chapitres suivants, le démodulateur synchrone sera constitué, comme le modulateur, d'un anneau d'éléments semi-conducteurs, et la tension de commande sera également de même forme, rectangulaire et symétrique de période T. La démodulation se présente donc aussi comme une inversion de phase à la fréquence de récurrence ν_o, et $M'(\nu_o)$ est l'amplitude du terme fondamental de la décomposition en série de Fourier d'un signal rectangulaire qui prend les valeurs + 1 et - 1, d'où :

$$M'(\nu_o) = \frac{4}{\pi}$$

La composante continue à la sortie du démodulateur est donc :

$$S_s = \frac{8}{\pi^2} k \rho(\theta) \sigma_B{}^2 A'$$

avec des fluctuations dont la valeur quadratique moyenne est :

$$B_S^2 = \frac{4}{\pi^2} k^2 \sigma_B{}^4 \frac{\Delta\nu'}{\Delta\nu} A'^2$$

De façon à ne conserver que la composante continue, considérons un filtre passe-bas faisant suite au démodulateur (figure II.9), avec un gain unité dans une bande $\Delta\nu''$ inférieure à $\Delta\nu'$ (figure II.13).

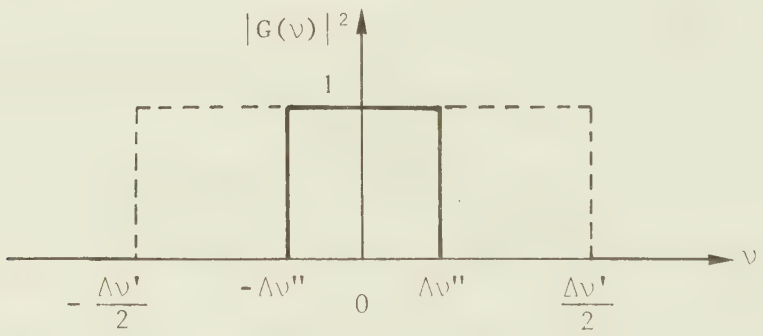


Fig. II.13 - Réduction du bruit par filtrage passe-bas.

La valeur quadratique moyenne des fluctuations devient à sa sortie :

$$B_S^2 = \frac{8}{\pi^2} k^2 \sigma_B^4 \frac{\Delta\nu''}{\Delta\nu} A'^2$$

alors que le signal continu S_S est inchangé.

Comme précédemment nous pouvons définir un rapport signal sur bruit à la sortie de ce filtre, d'où :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_S^2 = \frac{8}{\pi^2} \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu''} \rho^2(\theta)$$

Cette définition est également applicable aux voies d'entrées et l'on a :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_E^2 = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_B^2} = \rho(o)$$

En introduisant la fonction de corrélation normée

$$\xi(\theta) = \frac{\rho(\theta)}{\rho(o)} \quad , \text{ avec } \quad \xi(o) = 1 \quad ,$$

nous obtenons :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_S^2 = \frac{8}{\pi^2} \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu''} \xi^2(0) . \rho^2(o)$$

soit aussi :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_S^2 = \frac{8}{\pi^2} \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu''} \xi^2(0) . \left(\frac{S}{B}\right)_E^4$$

Nous constatons ainsi que cette démodulation n'altère absolument pas le rapport signal sur bruit et qu'il eut été bien dommage de ne pas en profiter, car maintenant la bande passante $\Delta\nu''$ peut être très fortement réduite à l'aide de moyens simples, tels par exemple que le filtrage par une cellule passe-bas à résistance et condensateur dont la bande équivalente pour le bruit est $\Delta\nu'' = 1/2RC$.

Une autre remarque importante s'impose également. Si nous comparons le corrélateur à transistors à effet de champ, tout seul, sans modulation, à l'ensemble que nous venons d'étudier, il n'apparaît pour un utilisateur aucune différence fondamentale : à des facteurs multiplicatifs près (gain de l'amplificateur en particulier) nous retrouvons à la sortie du filtre passe-bas une composante continue proportionnelle à la moyenne temporelle du produit des signaux de chaque voie, avec des fluctuations dans une bande étroite que l'on aurait tout de même eues avec le corrélateur utilisé sans modulation, car le filtrage que nous avons supposé parfait lors de son étude, ne peut en réalité qu'être réalisé avec des condensateurs de valeur finie, constituant ainsi un filtre passe-bas du même genre que celui que nous pouvons utiliser à la sortie du démodulateur.

Il découle encore des relations précédentes une autre conséquence importante : la bande passante $\Delta\nu'$ du filtre intermédiaire qui suit le multiplieur n'intervient plus. Nous verrons cependant lors de l'étude de cet amplificateur sélectif (bande $\Delta\nu'$ et gain A') quels sont les paramètres qui vont influer sur son choix.

II-4. INTRODUCTION D'UNE SECONDE MODULATION

II-4-1. Nécessité d'une seconde modulation

Nous avons supposé jusqu'à présent que la modulation était parfaite et que l'opérateur était un signal rectangulaire de rapport cyclique unité et de valeur moyenne nulle, et dans cette hypothèse nous avons constaté que les termes quadratiques de la multiplication étaient supprimés. Or il en est tout autrement en pratique où nous ne pouvons utiliser le qualificatif de parfait, et nous allons établir dans ce paragraphe les conséquences d'une imperfection du modulateur et montrer qu'une seconde modulation introduite sur l'autre voie permet d'annuler définitivement les effets de ces termes quadratiques.

Au paragraphe II-1 nous avons mis le signal modulé d'une voie sous la forme $v_2(t).M(\nu_o t)$ avec un opérateur dont la valeur moyenne nulle se traduisait par l'absence d'une raie spectrale à la fréquence 0.

Supposons maintenant que le modulateur en anneau soit légèrement défectueux, et laisse passer une partie du signal sans qu'elle soit modulée, ou qu'un déséquilibre provoque une différence entre les amplitudes des deux phases du signal de modulation (figure II.14.a.), ou encore que le rapport cyclique ne soit pas unité (figure II.14.b.). Nous pouvons traduire tous ces cas par la présence d'une composante continue ε et écrire que :

$$v_2(t).M_1(\nu_o t) = v_2(t).\left[M(\nu_o t) + \varepsilon\right]$$

Le multiplieur fournit alors le signal :

$$k\, v_1(t-\theta).v_2(t).\left[M(\nu_o t)+\varepsilon\right] + a\, v_1^2(t-\theta) + b\, v_2^2(t).\left[M(\nu_o t)+\varepsilon\right]^2$$

$$= k\, v_1(t-\theta).v_2(t).M(\nu_o t) + 2b\varepsilon\, v_2^2(t).M(\nu_o t) + k\, v_1(t-\theta).v_2(t).\varepsilon$$

$$+ a\, v_1^2(t-\theta) + b\, v_2^2(t)\,.\,(1+\varepsilon^2)$$

où nous voyons apparaître le terme parasite

$$2\, b\, \varepsilon\, v_2^2(t).\, M(\nu_o t)$$

qui sera filtré et amplifié au même titre que le signal utile résultant de la corrélation :

$$k\, v_1(t-\theta)\ .\ v_2(t)\ .\ M(\nu_o t)$$

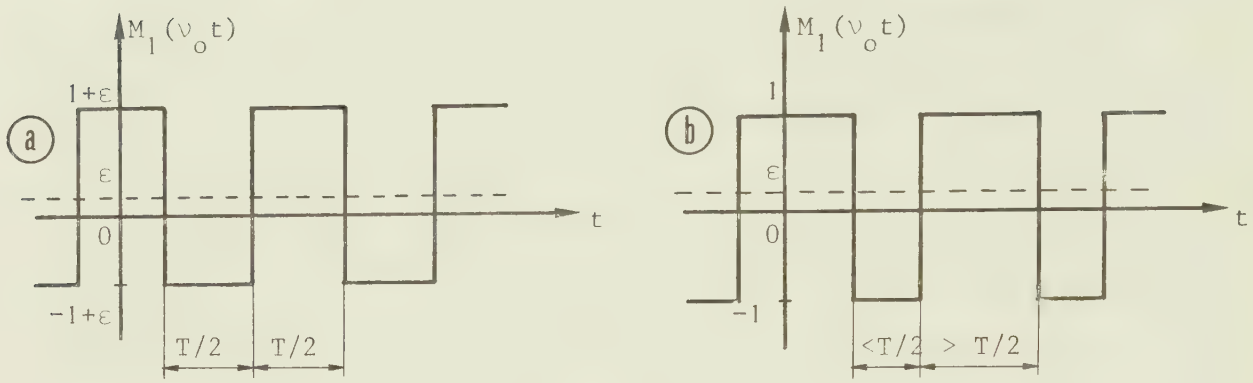


Fig. II.14 - Signaux de modulation à valeur moyenne non nulle.

a) Superposition d'une composante continue.

b) Rapport cyclique différent de l'unité.

A l'exemple du paragraphe I-5-2, nous avons calculé qu'avec un taux de corrélation de 10^{-5} et des signaux de valeur efficace 0,1 volt sur chaque voie, le terme $b\ \overline{v_2^2(t)}$ est 1 200 fois plus grand que celui $k\ \overline{v_1(t-\theta).v_2(t)}$ auquel on s'intéresse. Il est par conséquent nécessaire que le fondamental de ce terme parasite modulé soit beaucoup plus faible que celui du terme produit, et l'on doit avoir :

$$\varepsilon \ll 4.10^{-4}$$

Une bonne précision de la multiplication ne sera donc obtenue que si ε est de l'ordre de 10^{-5}, mais elle exige alors qu'elle soit excellente.

Bien qu'il soit possible d'annuler la valeur moyenne de l'opérateur de modulation, nous avons cherché une solution qui nous permette de nous affranchir de réglages aussi délicats, et nous avons pensé à utiliser une seconde modulation sur la deuxième voie selon le schéma de la figure II.15.

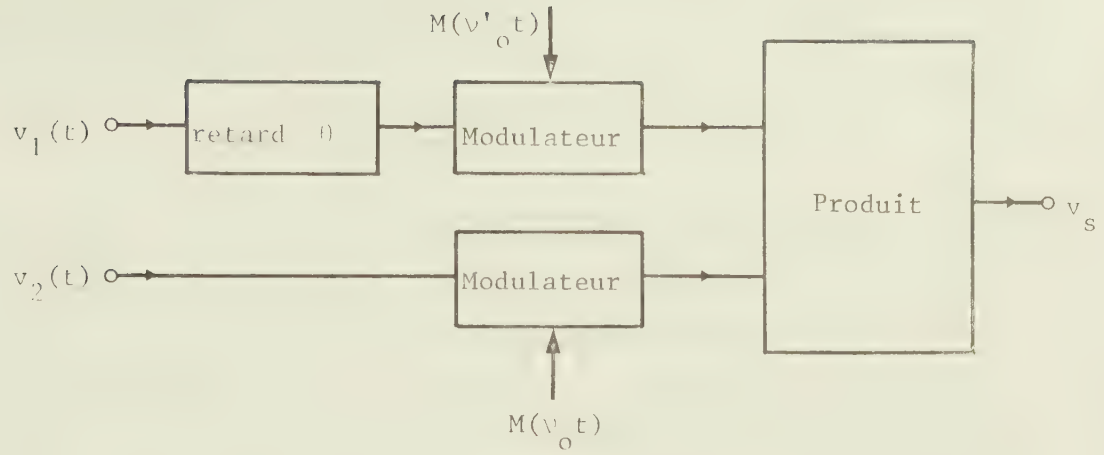


Fig. II.15 - Modulation des deux voies du corrélateur

Le second modulateur peut évidemment être identique au précédent et par conséquent être aussi affecté d'un léger déséquilibre. Par analogie, appelons $\{M(\nu'_o t)+\varepsilon'\}$ l'opérateur de modulation de cette seconde voie, et exprimons la tension à la sortie du multiplieur. Il vient :

$$v_s = k\, v_1(t-\theta).\{M(\nu'_o t)+\varepsilon'\}.v_2(t)\{M(\nu_o t)+\varepsilon\} + a\, v_1^2(t-\theta).\{M(\nu'_o t)+\varepsilon'\}^2 + b\, v_2^2(t).\{M(\nu_o t)+\varepsilon\}^2$$

Avec toujours $M^2(\nu_o t) = M^2(\nu'_o t) = 1$, $\varepsilon \ll 1$ et $\varepsilon' \ll 1$, on obtient :

$$v_s = k\, v_1(t-\theta).v_2(t).M(\nu_o t).M(\nu'_o t) + a\, v_1^2(t-\theta) + b\, v_2^2(t)$$
$$+ 2a\, v_1(t-\theta).\varepsilon'.M(\nu'_o t) + 2b\, v_2(t).\varepsilon.M(\nu_o t)$$

Il en résulte que :

- le terme corrélé $k\, v_1(t-\theta).v_2(t).M(\nu_o t).M(\nu'_o t)$ se présente donc doublement modulé alors que les autres ne le sont pas : cette double modulation réalise la *séparation totale* entre le terme relatif à la corrélation et les termes quadratiques parasites, *même si les modulations ne sont pas parfaites.*

- les termes $a\, v_1^2(t-\theta)$ et $b\, v_2^2(t)$ se décomposent en une composante continue et un bruit. Pour que ceux-ci ne modifient pas le point moyen de fonctionnement du corrélateur et ajoutent peu de bruit au terme de corrélation, il est nécessaire que les coefficients a et b soient petits, c'est-à-dire que le *corrélateur utilisé sans modulation soit déjà de bonne qualité.*

- les termes 2a $v_1^2(t-\theta).\varepsilon'_o M(\nu'_o t)$ et 2b $v_2^2(t).\varepsilon.M(\nu_o t)$ introduisent un bruit supplémentaire et des composantes continues, modulées aux deux fréquences ν'_o et ν_o, d'amplitudes respectives

$$\frac{8}{\pi} a \sigma_{B_1}^2 \varepsilon' \quad \text{et} \quad \frac{8}{\pi} b \sigma_{B_2}^2 \varepsilon ,$$

mais qui ne sont cependant pas doublement modulées et restent donc différentes de la forme des termes de corrélation. Toutefois le second terme sera quand même amplifié et ne devra pas saturer l'amplificateur correspondant. Là encore il est nécessaire que les coefficients a et b soient les plus faibles possible ainsi que les déséquilibres ε et ε' des modulateurs, mais leurs valeurs sont maintenant beaucoup moins critiques car ils n'interviennent pas directement sur le signal corrélé, mais seulement sur l'amplitude de phénomènes secondaires.

De cette étude, il résulte que la modulation des deux voies a pour effet de rendre le corrélateur pratiquement parfait et permet ainsi d'accéder à la mesure de très faibles taux de corrélation de signaux aléatoires centrés et à large bande de fréquence.

II-4-2. Etude de la deuxième modulation. Schéma synoptique du corrélateur.

Le signal à la sortie du multiplieur est à présent de la forme :

$$v_s = k\, v_1(t-\theta)\ .\ v_2(t).M(\nu_o t)\ .\ M(\nu'_o t)$$

avec un opérateur de modulation $M(\nu_o t).M(\nu'_o t)$ constitué par le produit de deux opérateurs de formes identiques que l'on peut exprimer à l'aide des décompositions en série de Fourier de chacun d'eux. Il vient :

$$M(\nu_o t).M(\nu'_o t) = \frac{16}{\pi^2}\left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cdot \cos 2\pi(2n+1)t\right] \cdot \left[\sum_{n'=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n'}}{2n'+1} \cdot \cos 2\pi(2n'+1)\nu'_o t\right]$$

$$= \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+n'}}{(2n+1)(2n'+1)} \left\{\cos 2\pi\left[(2n+1)\nu_o + (2n'+1)\nu'_o\right]t + \cos 2\pi\left[(2n+1)\nu_o - (2n'+1)\nu'_o\right]t\right\}$$

Ecrivons les premiers termes du développement de la façon suivante :

$$M(\nu_o t).M(\nu'_o t)=\frac{8}{\pi^2}\left\{\begin{array}{l} \left\{ \cos 2\pi(\nu_o+\nu'_o)t + \cos 2\pi(\nu_o-\nu'_o)t \right. \\ \qquad \left. - \frac{1}{3}\left[\cos 2\pi(\nu_o+3\nu'_o)t+\cos 2\pi(\nu_o-3\nu'_o)t\right]+\frac{1}{5}\ldots \right\} \\ +\frac{1}{3}\left\{ - \cos 2\pi(3\nu_o+\nu'_o)t - \cos 2\pi(3\nu_o-\nu'_o)t \right. \\ \qquad \left. + \frac{1}{3}\left[\cos 2\pi(3\nu_o+3\nu'_o)t +\cos 2\pi(3\nu_o-3\nu'_o)t\right] - \frac{1}{5}\ldots \right\} \\ +\frac{1}{5}\left\{ \cos 2\pi(5\nu_o+\nu'_o)t + \cos 2\pi(5\nu_o-\nu'_o)t - \frac{1}{3}\ldots \right\} \\ + \ldots \end{array}\right.$$

Il apparaît que le terme de plus grande amplitude qu'il est par conséquent intéressant de sélectionner et d'amplifier est obtenu pour n = n' = 0, soit :

$$\frac{8}{\pi^2}\left\{ \cos 2\pi\ (\nu_o+\nu'_o)t + \cos 2\pi\ (\nu_o-\nu'_o)t \right\},$$

ce qui avec un signal $k\ \rho(\theta)\ \sigma_B^2$ résultant de la corrélation nous amène à considérer l'amplification et la démodulation de

$$\frac{8}{\pi^2}\ k.\rho(\theta).\sigma_B^2\left\{ \cos 2\pi(\nu_o+\nu'_o)t + \cos 2\pi(\nu_o-\nu'_o)t \right\}$$

entouré d'un bruit dont la densité spectrale de puissance en l'absence de modulation a été précédemment calculée au paragraphe II-2.

Nous remarquons que les deux modulations ne peuvent s'effectuer à la même fréquence, car l'opérateur deviendrait unité à la sortie du multiplieur :

$$M(\nu_o t)\ .\ M(\nu'_o) = M^2(\nu_o t) = 1$$

et supprimerait ainsi leur effet. Supposons alors que ν'_o soit inférieure à ν_o, la partie du spectre de raies correspondant aux "fréquences positives" de l'opérateur de modulation, et par conséquent du signal utile à la sortie du multiplieur, est la reproduction de la décomposition en série double précédente (figure II.16.).

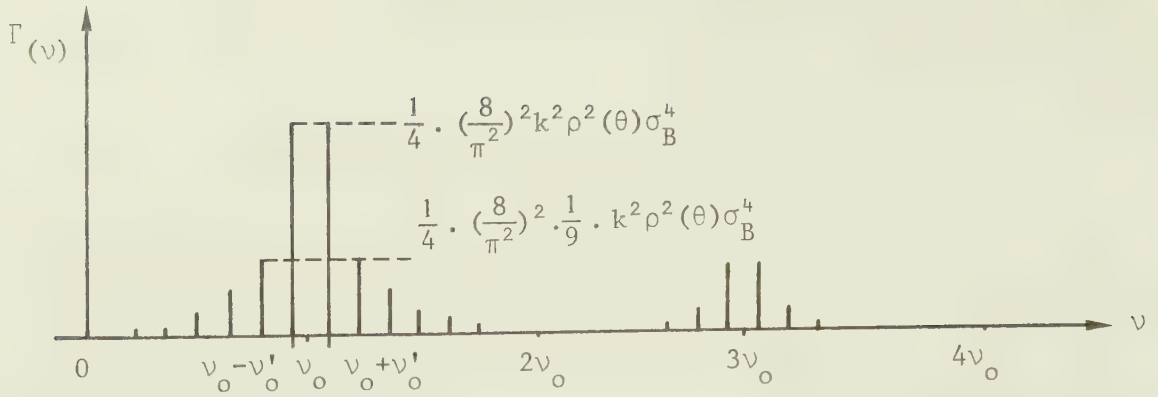


Fig. II.16 - Spectre du signal utile à la sortie du multiplieur.

Il y a interpénétration des spectres partiels autour de chaque fréquence ν_o, 3 ν_o, ... $(2n+1)\nu_o$, ... qui peut être considérée comme plus ou moins grande suivant les valeurs relatives des fréquences ν_o et ν'_o, car les énergies de chaque raie décroissent très vite et deviennent en pratique très rapidement négligeables pour les harmoniques de rang supérieur à quelques unités.

Afin que les amplificateurs sélectifs ne soient pas saturés par le bruit du multiplieur dont la valeur efficace, très supérieure à celle du signal, est à leur sortie proportionnelle à la racine carrée de leur bande passante (se reporter par exemple au calcul de B_s avec une seule modulation, paragraphe II-2), il est nécessaire que cette dernière soit très étroite. Ceci nous permet alors de sélectionner l'une des deux raies $\nu_o + \nu'_o$ ou $\nu_o - \nu'_o$, mais en perdant la puissance importante de signal continue dans l'autre. Il est cependant possible de filtrer ces deux raies à la fois et de doubler la puissance utile transmise, à condition qu'elles soient très rapprochées de façon à être toutes deux dans la bande passante de l'amplificateur qui suit le multiplieur (figure II.17.).

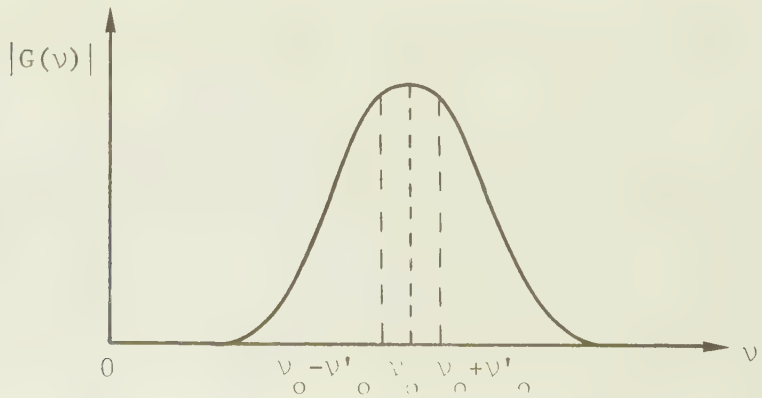


Fig. II.17

Nous devons de ce fait la centrer sur la fréquence moyenne de ces deux raies, c'est-à-dire ν_o, et considérer une seconde fréquence de modulation ν'_o bien inférieure à la valeur de la bande passante de l'amplificateur, que nous pouvons à priori estimer à quelques hertz au minimum.

Notre choix s'est ainsi porté sur la valeur de 0,5 Hz.

$$\nu'_o = 0{,}5 \text{ Hz}$$

Une fréquence aussi basse permet également de nous affranchir des dérives éventuelles de la fréquence de résonance du réseau sélectif de l'amplificateur, qui se traduiraient par l'apparition d'une dissymétrie des amplitudes des deux raies et par un important déphasage du signal démodulé.

Le processus de modulation ayant été doublé, nous devons également doubler celui de démodulation, c'est-à-dire effectuer deux changements de fréquence successifs :

- le premier aura pour effet d'amener les deux raies $\nu_o+\nu'_o$ et $\nu_o - \nu'_o$ à la fréquence ν'_o et il sera constitué par une démodulation synchrone à la fréquence ν_o ;

- le second aura pour effet d'amener les deux raies ν'_o et $-\nu'_o$ à la fréquence 0 et restituera ainsi une composante continue. Il sera constitué par une démodulation synchrone à la fréquence ν'_o.

Cette étude nous permet d'établir à présent le schéma synoptique complet du corrélateur que nous avons représenté à la figure II.18. Deux générateurs de signaux rectangulaires de fréquence de récurrence ν_o et ν'_o commandent les modulateurs de chaque voie, dont l'une a été au préalable retardée d'un temps θ. Le signal de sortie du multiplieur est alors filtré et amplifié par un amplificateur sélectif de gain A' que nous supposerons constant dans toute sa bande passante $\Delta\nu'$ centrée sur ν_o. Lui faisant suite, la première démodulation synchrone commandée par le générateur de fréquence ν_o, applique son signal de sortie à un second amplificateur sélectif de gain A" dans sa bande passante $\Delta\nu''$ centrée sur ν'_o. La seconde démodulation synchrone commandée par le générateur de fréquence ν'_o, est

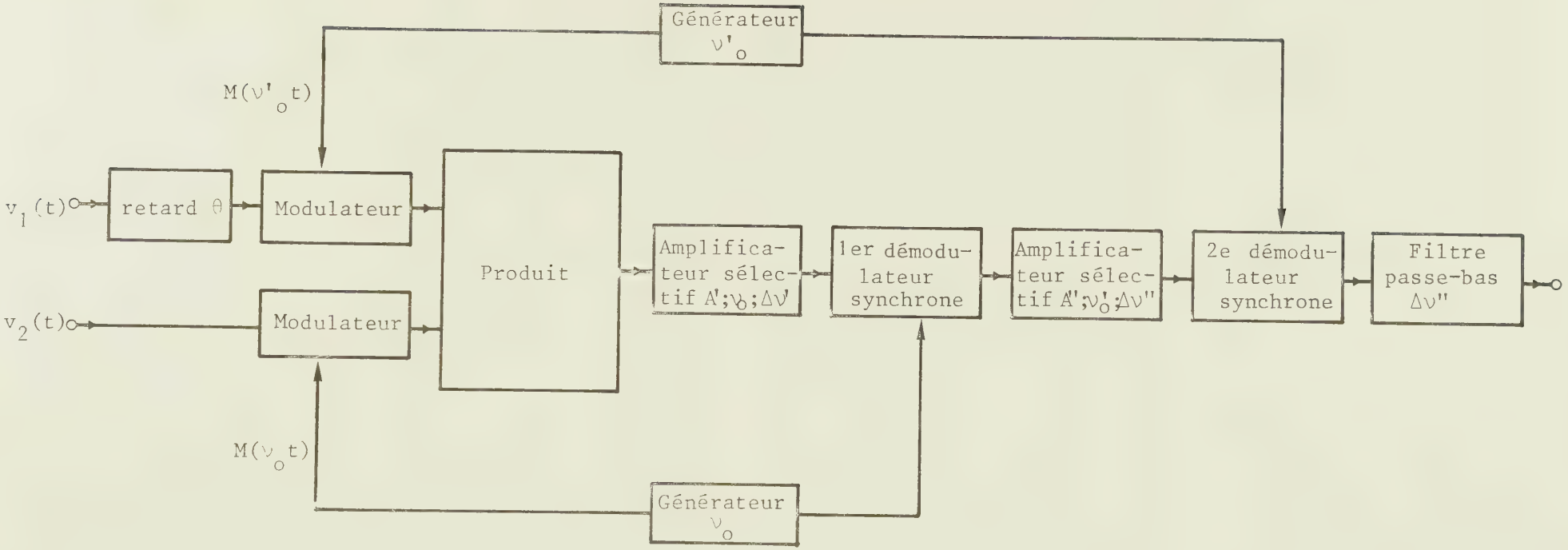


Fig. II.18 - Schéma synoptique du corrélateur avec deux modulations.

suivie d'un filtre passe-bas de gain A"' dans sa bande passante $\Delta\nu"'$ qui peut être rendue très faible pour extraire la composante continue du signal corrélé du bruit dans lequel elle se trouve encore à la sortie de ce démodulateur.

II-4-3. Expressions des puissances de signal et de bruit ainsi que du rapport signal sur bruit à la sortie du corrélateur.

II-4-3-1. Signal de sortie du filtre passe-bas

La composante continue à la sortie du multiplieur est en l'absence de modulation :

$k\ \overline{v_1(t-\theta)\ v_2(t)} = k\ \rho(\theta)\ \sigma_B^2$ si les deux voies ont même puissance.

L'opérateur de modulation étudié précédemment fournit à la sortie du premier amplificateur sélectif un signal :

$$\frac{8}{\pi^2}\ k\ \rho(\theta)\ \sigma_B^2\ A'\ \left[\cos 2\pi(\nu_o+\nu'_o)t + \cos 2\pi(\nu_o-\nu'_o)t\right]$$

L'opérateur de la première démodulation synchrone est identique à celui de modulation $M(\nu_o t)$, mais seul son terme fondamental intervient dans le produit avec le terme précédent pour fournir un signal sinusoïdal de fréquence ν'_o :

$$\frac{32}{\pi^3}\ k\ .\ \rho(\theta)\ .\ \sigma_B^2\ .\ A'\ .\ \cos 2\pi \nu'_o t$$

Celui-ci est ensuite sélectionné par le filtre passe-bande centré sur cette fréquence, puis amplifié avec un gain A". La seconde démodulation synchrone effectue une opération identique à la précédente avec le terme fondamental de $M(\nu'_o t)$, et fournit au filtre passe-bas un signal continu de valeur :

$$\left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2\ k\ .\ \rho(\theta)\ .\ \sigma_B^2\ .\ A'\ .\ A"$$

Amplifiée par A"', cette composante continue à la sortie du filtre passe-bas est proportionnelle à la fonction d'intercorrélation $C_{v_1 v_2}(\theta)$, ou au taux de corrélation $\rho(\theta)$, ou encore à la fonction d'intercorrélation normée $\xi(\theta)$. Nous la désignerons par :

$$S_S = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 k \cdot \rho(\theta) \cdot \sigma_B^2 \cdot A' \cdot A'' \cdot A'''$$

II-4-3-2. Puissance de bruit à la sortie du filtre passe-bas

De la même façon que nous avons calculé la contribution de bruit à la fréquence ν_o de tous les spectres partiels des harmoniques d'une modulation unique, nous allons exprimer, en faisant une sommation identique, la puissance de bruit dans une bande étroite autour de cette même fréquence, à l'aide de la contribution en puissance des spectres partiels dus à chaque harmonique de la décomposition en série de Fourier de l'opérateur $M(\nu_o t).M(\nu'_o t)$.

La densité spectrale énergétique du bruit à la sortie du multiplieur utilisé sans modulation est caractérisée par une allure triangulaire étudiée au paragraphe II-2 (figure II.5). Un terme de modulation de la forme

$$\frac{8}{\pi^2}\left[\cos 2\pi(\nu_o+\nu'_o)t + \cos 2\pi(\nu_o-\nu'_o)t\right] \quad ,$$

correspondant au premier facteur de la première ligne du développement précédent, provoque alors l'apparition de quatre spectres partiels autour des "fréquences positives" $(\nu_o+\nu'_o)$ et $(\nu_o-\nu'_o)$ et des "fréquences négatives" $-(\nu_o+\nu'_o)$ et $-(\nu_o-\nu'_o)$, suivant le schéma de la figure II.19.

Les sommets de ces spectres partiels ont maintenant une valeur :

$$\frac{1}{4}\left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 k^2 \frac{\sigma_B^4}{2\Delta\nu}$$

que nous désignerons par B^2 pour faciliter l'écriture de la suite de ces calculs.

La puissance de bruit autour de la fréquence ν_o, c'est-à-dire en particulier dans la bande $\nu_o+\nu'_o$ à $\nu_o-\nu'_o$, est approximativement la somme H des puissances h, h, h' et h" à la fréquence ν_o dues aux spectres présents :

$$H = 2\,h + h' + h''$$

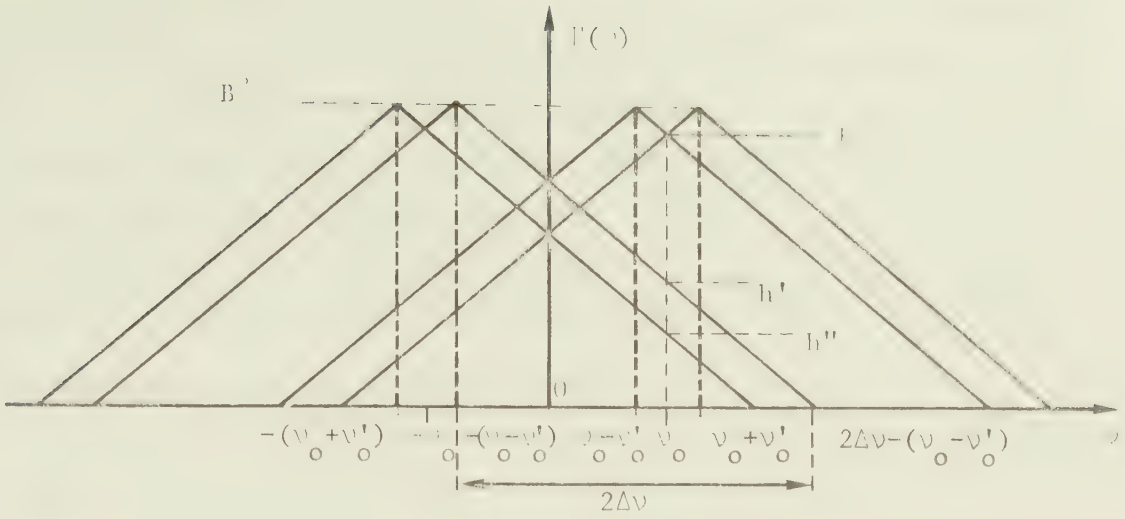


Fig. II.19 - Spectre des fluctuations à la sortie du multiplieur relatif aux fréquences $\nu_o+\nu'_o$ et $\nu_o-\nu'_o$.

La considération de triangles semblables (comme nous l'avons fait pour une seule modulation) nous conduit à écrire :

$$H = B^2 \left(4 - \frac{2\nu_o+\nu'_o}{2\Delta\nu}\right)$$

Avec les valeurs que nous nous sommes fixées, 80 MHz pour $\Delta\nu$, 5 kHz et 0,5 Hz respectivement pour ν_o et ν'_o, il s'en suit :

$$H \# 4B^2$$

En remplaçant ν'_o par $3\nu'_o$, $5\nu'_o$... etc, on obtiendrait la même valeur aux coefficients $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{25}$, ... etc près. La contribution qu'apporte alors chaque harmonique situé de part et d'autre de la fréquence ν_o (correspondant à la première ligne du développement de l'opérateur de modulation) est d'après ce calcul :

- de $4B^2$ pour les premiers de fréquences $\nu_o+\nu'_o$ et $\nu_o - \nu'_o$,
- de $4B^2 . \frac{1}{9}$ pour les seconds de fréquences $\nu_o+3\nu'_o$ et $\nu_o-3\nu'_o$,
- de $4B^2 . \frac{1}{(2n+1)^2}$ de façon générale pour ceux de fréquences $\nu_o+(2n+1)\nu'_o$ et $\nu_o - (2n+1)\nu'_o$.

La contribution totale autour de la fréquence ν_o de cet ensemble d'harmoniques est la somme des contributions précédentes, tant que le rang (2n+1) n'est pas supérieur à une valeur pour laquelle le spectre partiel triangulaire n'apporte plus de bruit à cette fréquence. Ce rang est cependant extrêmement élevé (voir par exemple la démonstration faite pour une seule modulation) et la sommation peut être étendue jusqu'à l'infini sans difficulté car la série de terme $\frac{1}{(2n+1)^2}$ est convergente $\left(\text{somme } \frac{\pi^2}{8}\right)$, et l'erreur commise est négligeable.

La contribution au bruit autour de ν_o des harmoniques de fréquence $\nu_o + (2n+1)\nu'_o$ est donc $4B^2 . \frac{\pi^2}{8}$.

On établit aisément un calcul similaire pour la contribution au bruit autour de ν_o des harmoniques situés de part et d'autre de la fréquence $3\nu_o$, et correspondant à la deuxième ligne du développement de l'opérateur de modulation, en remarquant que leur puissance est $\frac{1}{9}$ de celle des précédents. Leur contribution autour de ν_o est donc $\frac{1}{9} . 4 B^2 \frac{\pi^2}{8}$. De façon générale, celle des harmoniques situés de part et d'autre d'une fréquence $(2N+1)\nu_o$ est alors $\frac{1}{(2N+1)^2} . 4 B^2 \frac{\pi^2}{8}$ et nous avons au total une puissance de bruit autour de ν_o qui a pour valeur :

$$4 B^2 . \frac{\pi^2}{8} . \left(1 + \frac{1}{9} + \ldots + \frac{1}{(2N+1)^2} + \ldots \right)$$

La sommation étant encore ici arrêtée lorsque le rang (2N+1) est tel que le spectre n'ait plus de partie située sur la fréquence ν_o, mais ce rang est ici encore suffisamment élevé pour que l'erreur introduite en étendant la sommation jusqu'à l'infini soit négligeable. Il en résulte alors autour de la fréquence ν_o, une densité spectrale énergétique de bruit de valeur :

$$4 B^2 \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 = k^2 . \frac{\sigma_B^4}{2\Delta\nu}$$

Après filtrage d'une bande passante $\Delta\nu'$ autour de ν_o et amplification par A', le spectre du bruit va être convolué avec l'opérateur de la première démodulation synchrone dont seul le fondamental ν_o fait apparaître une bande de bruit $\Delta\nu'$ autour de la fréquence 0 (figure II.20).

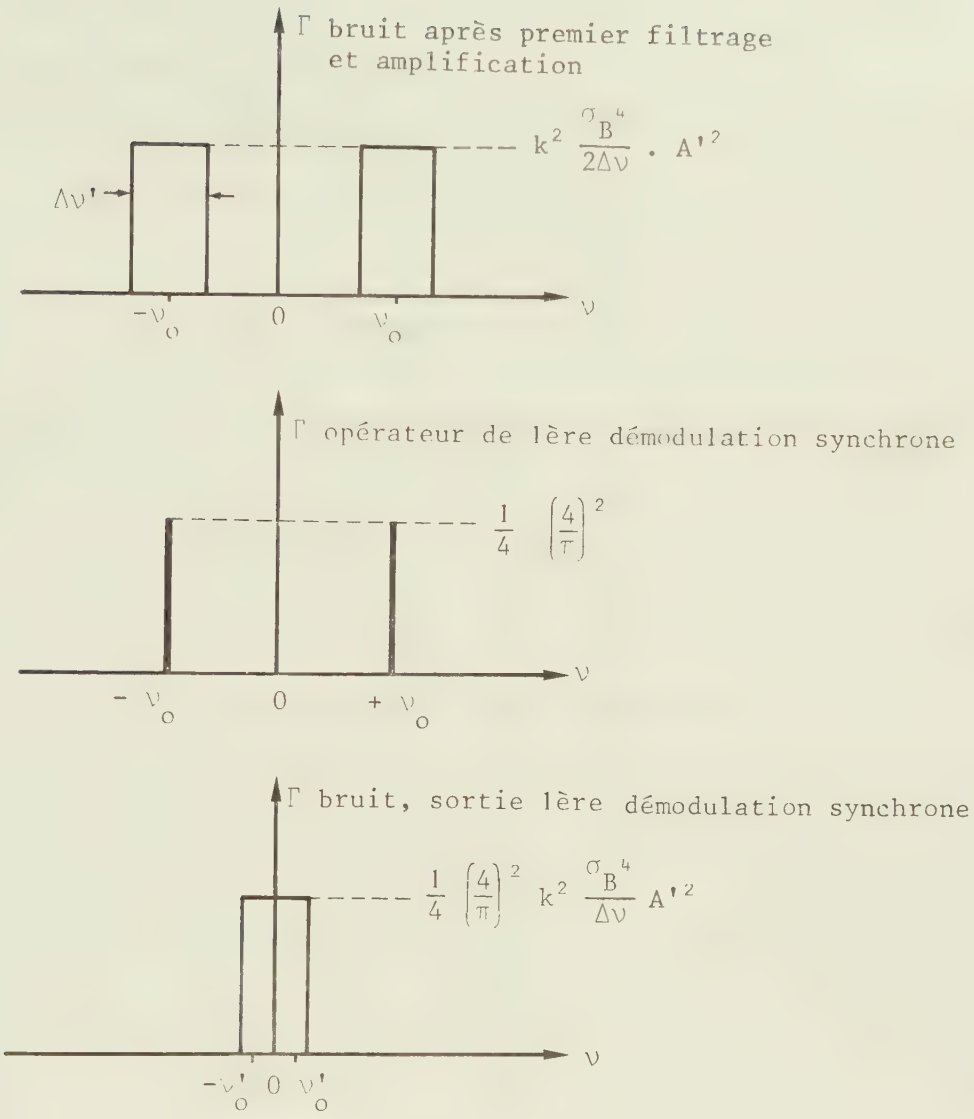


Fig. II.20 - Evolution du spectre de bruit pendant la première démodulation

Après filtrage avec une bande $\Delta\nu''$ autour de ν'_o et amplification par un gain A", le spectre du bruit avant la seconde démodulation synchrone est représenté et modifié suivant les schémas de la figure II.21.

A la sortie de la deuxième démodulation synchrone dont l'opérateur agit comme pour la première, la bande passante du bruit

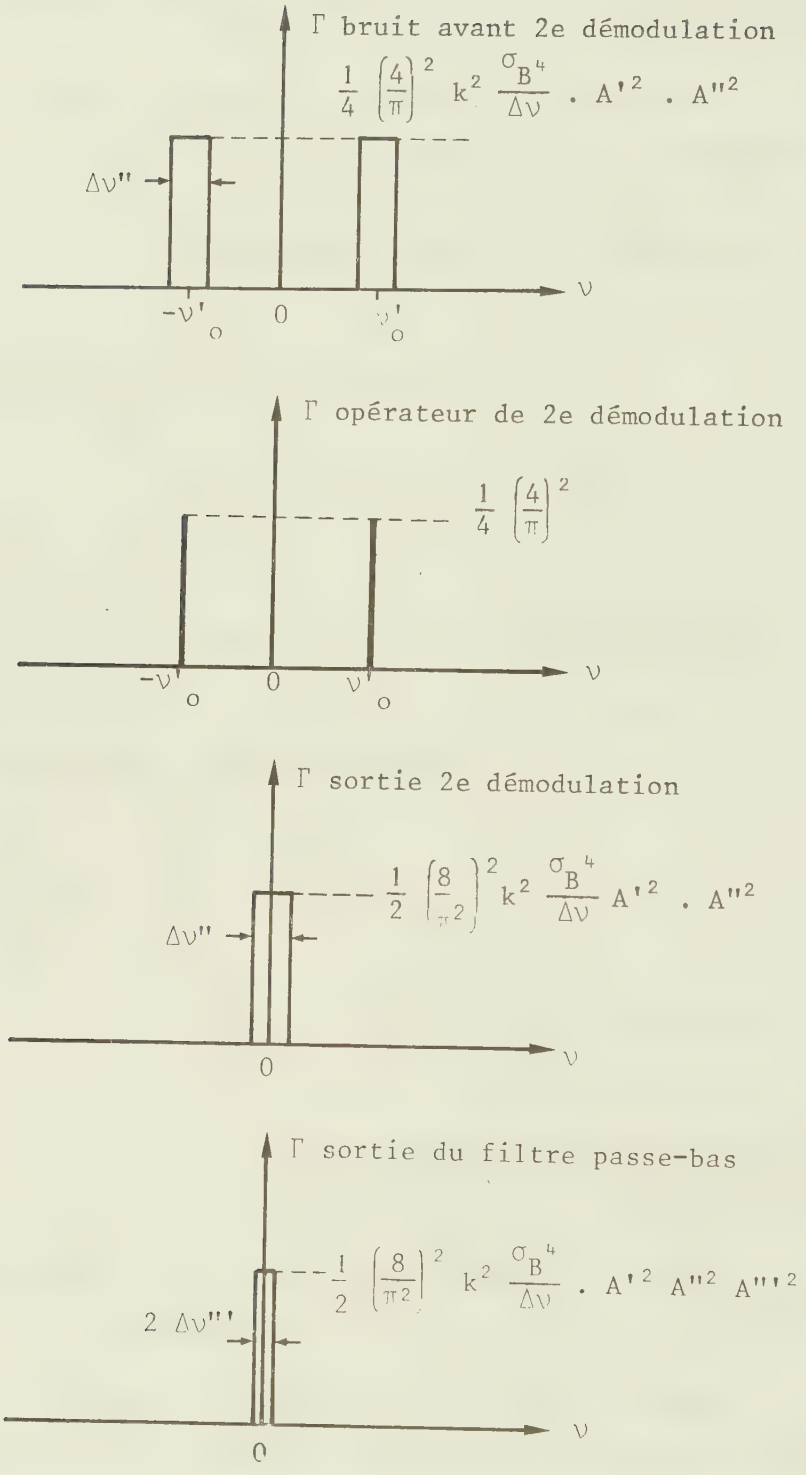


Fig. II.21 - Evolution du spectre des fluctuations du signal corrélé lors de la deuxième démodulation synchrone et du filtrage passe-bas.

est très fortement réduite de $\Delta\nu''$ à 2 $\Delta\nu'''$ par le filtre passe-bas, dont la puissance de bruit à sa sortie a finalement pour expression :

$$B_S^2 = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 \cdot k^2 \, \sigma_B^4 \, \frac{\Delta\nu'''}{\Delta\nu} \cdot A'^2 \cdot A''^2 \cdot A'''^2$$

Le rapport signal sur bruit, défini par le rapport des valeurs efficaces du signal et du bruit à la sortie du filtre passe-bas, est alors:

$$\left(\frac{S}{B}\right)_S^2 = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 \rho^2(\theta) \cdot \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu'''}$$

Le rapport signal sur bruit à l'entrée de chaque voie du corrélateur étant défini par le rapport des valeurs efficaces correspondantes, nous remarquons que l'amélioration de ce dernier est essentiellement due au rapport entre les largeurs de bandes des signaux appliqués au corrélateur et du signal de sortie qui en résulte. En introduisant la fonction d'intercorrélation normée, il vient en effet:

$$\left(\frac{S}{B}\right)_S^2 = \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 \xi^2(\theta) \cdot \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu'''} \cdot \left(\frac{S}{B}\right)_E^4$$

La précision d'une mesure en intercorrélation peut être évaluée par le rapport entre la valeur efficace des fluctuations de la composante continue du signal corrélé et la valeur de cette dernière. Or cette définition correspond à celle de l'inverse du rapport signal sur bruit, d'où :

$$\varepsilon_{12}(\theta) = \frac{\pi^2}{8} \frac{1}{|\rho(\theta)|} \sqrt{\frac{\Delta\nu'''}{\Delta\nu}} \quad \text{avec } 0 \leqslant \varepsilon_{12}(\theta) \leqslant 1.$$

Il est enfin intéressant de comparer ce rapport à celui que nous aurions eu en l'absence de modulation, avec à la sortie du multiplieur un filtre passe-bas de gain A' A" A"' dans une bande passante de 0 à $\Delta\nu"'$:

- la composante continue du signal aurait été en amplitude :

$$k \cdot \rho(\theta) \cdot \sigma_B{}^2 \cdot A' \cdot A" \cdot A"'$$

- et la valeur quadratique moyenne du bruit :

$$k^2 \cdot \sigma_B{}^4 \cdot \frac{\Delta\nu"'}{\Delta\nu} \cdot A'^2 \cdot A"^2 \cdot A"'^2 \quad ,$$

d'où

$$\boxed{\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{avec modulation}} = \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{S}{B}\right)_{\text{sans modulation}}}$$

Remarque sur la précision de la démodulation :

Nous n'avons fait aucune supposition quant au fonctionnement des deux démodulateurs que nous avons utilisés, or il est bien évident qu'ils peuvent être affectés d'un déséquilibre, tout comme les modulateurs correspondants. Cependant une étude analogue nous montrerait qu'un léger déséquilibre introduit une composante continue qui n'a pratiquement aucun effet sur la démodulation à 5 kHz, mais qui par contre perturbe fortement le résultat de la démodulation à 0,5 Hz.

La réalisation de ces modulateurs, démodulateurs et l'obtention des signaux de commande sera donc particulièrement soignée et fera l'objet de paragraphes ultérieurs.

II-4-3-3. Conclusion

L'utilisation de deux transistors à effet de champ en un montage symétrique et la modulation de chaque voie nous a permis de réaliser un corrélateur au fonctionnement pratiquement parfait.

Le signal qui n'est pas mesurable sur chaque entrée à cause de la même nature aléatoire du bruit dans lequel il est noyé,

apparaît maintenant sous la forme d'une composante continue entourée d'un bruit qui vient en perturber la mesure, mais qui peut être rendu aussi faible que l'on veut en diminuant en conséquence la bande passante $\Delta\nu'''$.

Remarque : Dans les formules précédentes, le terme $\frac{8}{\pi^2}$ dû à la présence des deux modulations, introduit une perte dans le rapport signal sur bruit. Nous pouvons également la traduire en considérant que le corrélateur avec deux modulations est équivalent à un corrélateur sans modulation mais possédant un filtre passe-bas dont la bande effective de bruit est plus grande que la bande réelle :

$$\Delta\nu'''_{\text{effective}} = \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 \Delta\nu'''_{\text{réelle}} \simeq 1{,}52\ \Delta\nu'''_{\text{réelle}}$$

II-5. ETUDE DES CARACTERISTIQUES DES AMPLIFICATEURS

Nous avons déjà montré au paragraphe I.5 que la mesure de taux de corrélation de l'ordre de 10^{-5} nécessitait une amplification d'environ 10^9 à 10^{10} pour obtenir un signal de niveau facilement mesurable, c'est-à-dire de un à quelques volts. Nous avons alors réparti ce gain entre les deux amplificateurs que comporte le corrélateur, avec 10^6 pour celui à 5 kHz et 10^4 pour celui à 0,5 Hz. Cependant, afin de simplifier leur construction, nous avons réalisé le premier avec deux étages ayant chacun un gain de 10^3 et le second avec également deux étages de gain 10^2.

Une autre caractéristique importante de ces amplificateurs est leur bande passante, car si elle n'intervient pas dans l'expression finale du rapport signal sur bruit établie au paragraphe précédent, elle revêt par contre une importance considérable pour assurer leur bon fonctionnement : il est en effet nécessaire qu'elle soit suffisamment faible pour que le bruit ne porte à aucun moment leurs sorties à la saturation.

Pour exprimer une limite supérieure de la bande passante de chacun d'eux, nous considérerons que les signaux étudiés ont une valeur efficace d'une dizaine de millivolts, et que leur spectre s'étend sur 80 MHz.

II-5-1. Bande passante de l'amplificateur à 5 kHz

Nous avons utilisé un démodulateur à transistors à effet de champ à grille isolée qui n'admet à son entrée que des signaux d'une amplitude maximale de un volt.

Cette limitation nous oblige à prévoir à cet endroit une valeur efficace de bruit plusieurs fois plus faible car la probabilité pour qu'elle soit dépassée est importante. Bien que la densité de probabilité de ces fluctuations n'ait pas une forme gaussienne (voir § II.3) elle ne s'en éloigne cependant pas trop, et nous pouvons considérer qu'un rapport 4 peut être pris comme base de calcul entre la tension de saturation et la valeur efficace maximale admissible, car avec une loi gaussienne, la saturation ne serait ainsi atteinte que pendant moins de 0,01 % du temps de mesure.

La diminution de ce bruit ne pouvant être obtenue que par la réduction de la bande passante, dont la largeur est liée à la valeur efficace du bruit par une puissance quatrième, nous avons choisi la très faible valeur de 5 Hz

$$\Delta\nu' = 5 \text{ Hz}$$

II-5-2. Bande passante de l'amplificateur à 0,5 Hz

Cet amplificateur ainsi que le démodulateur correspondant ont une dynamique de 10 V. C'est donc un bruit de valeur efficace inférieure à 2,5 V que nous devons obtenir à la sortie du second démodulateur.

Pour une raison identique à la précédente, nous avons alors limité la bande passante à 0,01 Hz.

$$\Delta\nu'' = 0{,}01 \text{ Hz}$$

CHAPITRE TROIS

AMPLIFICATION DU SIGNAL CORRELE

III-1. ELEMENT DE LIAISON ENTRE LE CORRELATEUR ET LES AMPLIFICATEURS

Comme nous l'avons vu au paragraphe I-3, la tension de sortie du corrélateur est prise en différentiel entre les drains des deux transistors à effet de champ. Afin de faciliter l'élaboration des amplificateurs, nous avons pensé qu'il serait plus simple de réaliser dès le premier étage le passage d'un mode différentiel en un mode asymétrique avec un point de référence à la masse, à l'aide d'un élément de liaison qui peut être soit un amplificateur différentiel, soit un transformateur.

Mais l'obtention d'un gain important (voir paragraphe 1-5-2.) va cependant faire apparaître une limitation à l'amplification de très faibles signaux, car le bruit de fond des amplificateurs peut devenir prépondérant. Nous savons toutefois que s'ils sont bien conçus, la tension de bruit à leur sortie ne dépend principalement que des caractéristiques du premier étage, ici de l'élément de liaison, dont l'étude revêt ainsi une grande importance et va être développée dans les paragraphes suivants.

III-1-1. Utilisation d'un amplificateur différentiel

Un amplificateur différentiel peut être réalisé suivant le schéma de la figure III.1, où la tension de sortie v_s est prélevée entre la masse et le collecteur de l'un des deux transistors.

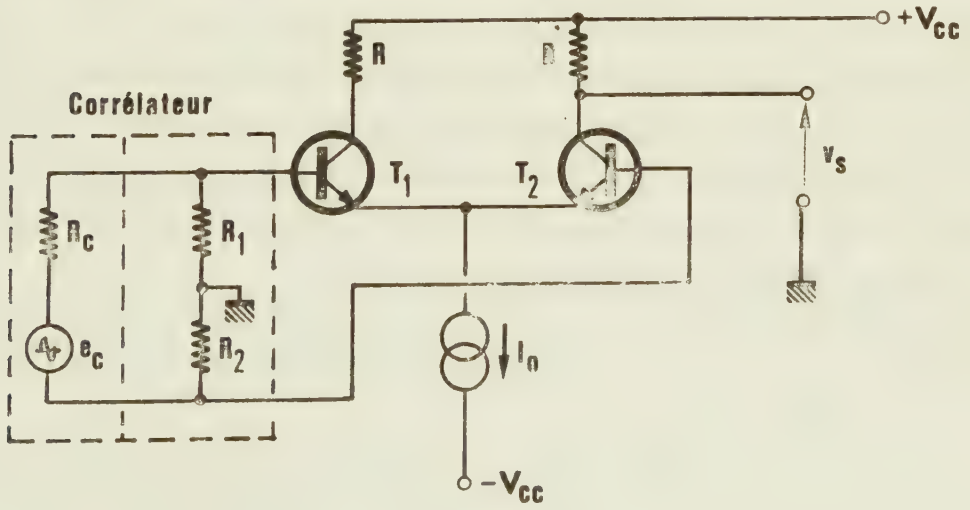


Fig. III.1 - Liaison par amplificateur différentiel

Afin que cet étage apporte peu de bruit, il est nécessaire que le bruit propre des transistors T_1 et T_2 (qui peuvent être aussi bien bipôlaires qu'à effet de champ) soit notablement inférieur au bruit propre du corrélateur que nous avons représenté par son schéma équivalent (e_c, $R_c = \frac{2}{G_o}$ et les deux résistances de charge R_1 et R_2).

Ce bruit de fond du corrélateur correspond essentiellement à celui de sa résistance interne R_c, car elle est inférieure aux résistances de charge R_1 et R_2, et sa valeur quadratique moyenne que nous désignerons par σ_c^2 est, dans une bande équivalente de fréquence $\Delta\nu$ (*), donnée par la formule de Nyquist :

$$\sigma_c^2 = 4\ k\ T\ \Delta\nu\ R_c$$

dans laquelle :

$k = 1{,}38.10^{-23}$ J/°K est la constante de Boltzmann,

$T \simeq 300$°K est la température absolue de cette résistance interne.

Pour établir une comparaison avec le bruit des transistors dont les caractéristiques sont fournies par les fabricants, considérons la racine carrée de la densité énergétique spectrale γ_c du bruit thermique de la résistance R_c :

$$\sqrt{\gamma_c} = \frac{\sigma_c}{\sqrt{\Delta\nu}} = \sqrt{4\ k\ T\ R_c}$$

soit numériquement : $\sqrt{\gamma_c} = 2\ \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$

Or les meilleurs transistors actuels ont une tension équivalente de bruit à leur entrée qui est au moins de 5 $\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$, et cet amplificateur possède d'autres sources de bruit importantes. Il y a tout d'abord celles qui proviennent du second transistor et du générateur de courant continu de polarisation I_o (qui est également obtenu à l'aide d'autres transistors), mais aussi celles d'origines diverses qui sont amenées par la tension d'alimentation $+ V_{cc}$ à travers la résistance de charge de collecteur (dues en particulier à un filtrage insuffisant, aux couplages électrique et magnétique du conducteur avec ceux des autres circuits, ...).

(*) Nous supposons que dans cette bande de fréquence, prise autour de la fréquence de modulation ν_o, les condensateurs de découplage des résistances de charge du corrélateur ont une valeur suffisante pour assurer son fonctionnement, mais cependant assez faible pour ne pas introduire de déphasage.

Toutes ces raisons font que l'amplificateur différentiel possède en son entrée un générateur équivalent de bruit bien supérieur à celui des transistors qui le constituent, et nous avons alors préféré étudier en détail la solution du transformateur, car nous savons que cet élément sans pertes, théoriquement parfait, n'apporte pas de bruit puisqu'il ne possède pas de résistances.

III-1-2. Utilisation d'un transformateur

Considérons alors un transformateur de coefficient de couplage unité, dont le schéma équivalent est représenté à la figure III.2, dans lequel n_1 et n_2 sont respectivement les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire, et $n = n_2/n_1$ est le rapport de transformation.

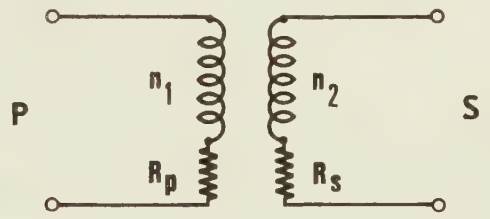


Fig. III.2 - Schéma équivalent du transformateur

Les résistances R_p et R_s en série avec ces enroulements représentent leurs pertes à la fréquence centrale de fonctionnement ν_o de 5 kHz, et nous supposerons que le bruit qu'elles créent a un spectre uniforme (bruit blanc) dans une bande de fréquence $\Delta\nu$.

Ce transformateur est alimenté par le corrélateur (générateur e_c, résistance interne R_c), et le schéma équivalent de l'ensemble ramené au secondaire est celui de la figure III.3.

Le générateur de bruit σ_R est lié aux résistances n^2R_p et R_s par la formule de Nyquist (*)

$$\sigma_R = \sqrt{4\ k\ T\ \Delta\nu\ (n^2R_p + R_s)}\ ,$$

de même pour le générateur $n\,\sigma_c$(*) : $n\,\sigma_c = \sqrt{4\ k\ T\ \Delta\nu\ n^2\ R_c}$

(*) Si, comme il paraît évident de le supposer pour faire cette étude, les résistances équivalentes aux pertes du transformateur R_p et R_s, et la résistance interne du corrélateur R_c sont à la même température absolue T.

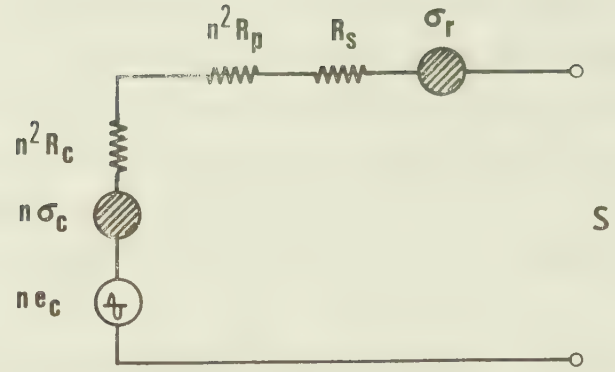


Fig. III.3 - Schéma équivalent pour le bruit et le signal ramené au secondaire

Pour que ce système de liaison corrélateur-amplificateur apporte le moins de bruit supplémentaire possible, nous devons avoir :

$$R_p + \frac{R_s}{n^2} \ll R_c$$

Si le rapport de transformation n est très supérieur à l'unité, nous pouvons considérer que le bobinage primaire réalisé avec un fil de plus gros diamètre a des pertes inférieures à celles du secondaire, et la relation précédente se résume à :

$$\frac{R_s}{n^2} \ll R_c$$

Si nous définissons la qualité de l'enroulement secondaire par son coefficient :

$$Q = \frac{L_s \omega_o}{R_s}$$

où L_s représente son inductance, et $\omega_o = 2\pi \nu_o$ la pulsation du générateur sinusoïdal e_c, l'inégalité à respecter devient :

$$Q \gg \frac{L_s \omega_o}{n^2 R_c}$$

Considérons par exemple un rapport de transformation de l'ordre de 100, avec $\nu_o = 5$ kHz et $R_c = 300\ \Omega$ il vient :

$$Q \gg 10^{-2} L_s \quad ,$$

soit pour $L_s = 100$ H , $Q \gg 1$.

Or, il est cependant peu probable que l'inductance secondaire atteigne une valeur aussi élevée, et comme nous n'aurons aucune difficulté à la concevoir avec un coefficient de qualité supérieur à l'unité, le transformateur apportera très peu de bruit et va donc être préféré à l'amplificateur différentiel en tant qu'élément de liaison.

Avec un rapport de transformation de cet ordre de grandeur, la valeur efficace du bruit aux bornes du secondaire est maintenant d'environ cent fois celle de la résistance interne du corrélateur, soit 200 $nV/\sqrt{Hz}$, et une telle valeur rend ainsi négligeable la contribution du bruit de fond du premier étage amplificateur à transistor qui sera branché sur le secondaire.

Nous pouvons également profiter de l'inductance L_s pour réaliser un premier filtre passe-bande centré sur la fréquence ν_o en lui ajoutant une capacité en parallèle, et réduire la transmission du bruit et des harmoniques du signal corrélé.

III-2. ETUDE DE LA LIAISON PAR TRANSFORMATEUR A CIRCUIT SECONDAIRE ACCORDE

III-2-1. Schéma équivalent

Supposons que le circuit primaire et le condensateur d'accord du circuit secondaire aient des pertes négligeables, et que le schéma équivalent de l'ensemble corrélateur-transformateur à secondaire accordé soit représenté par celui de la figure III.4.

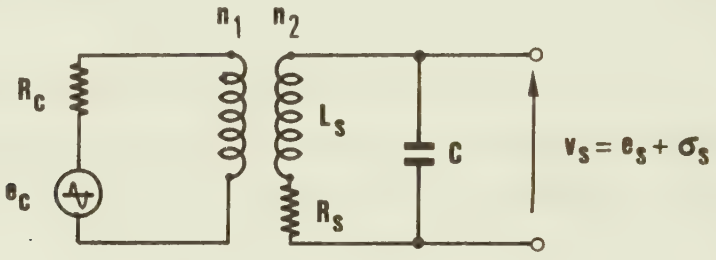


Fig. III.4 - Liaison par transformateur à secondaire accordé

La tension aux bornes du circuit secondaire peut se décomposer en :

e_s : signal dû au générateur e_c sinusoïdal (fréquence ν),

b_s : bruit thermique dû au circuit.

III-2-2. Obtention du signal de sortie maximum

La tension aux bornes du circuit oscillant secondaire sera maximale lorsque sa fréquence de résonance sera égale à la fréquence du générateur e_c, soit pour :

$$L_s\ C\ \omega_o^2 = 1 \quad \text{avec} \quad \omega_o = 2\pi\ \nu_o$$

La constitution d'un bon filtre nécessitant un coefficient de qualité élevé, (supérieur à une dizaine) nous pouvons, lorsque ce circuit fonctionne à la résonance ou dans son voisinage immédiat, remplacer la résistance série R_s par une résistance parallèle R_p équivalente aux mêmes pertes, avec :

$$R_p = (1 + Q^2)\ R_s \ \# \ Q^2\ R_s$$

A la résonance sur ν_o, le schéma équivalent vu du secondaire est ainsi celui de la figure III.5.

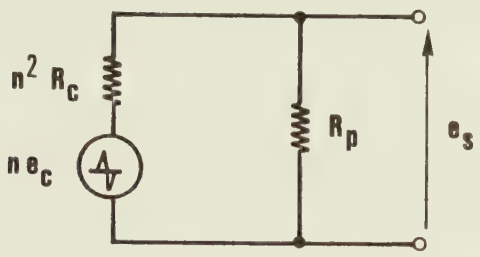


Fig. III.5

La tension de sortie

$$e_s = e_c \frac{1}{\frac{1}{n} + n \frac{R_c}{R_p}}$$

est alors maximale lorsque $n^2 = \frac{R_p}{R_c}$, c'est-à-dire lorsque le transformateur réalise l'adaptation, et il s'ensuit que :

$$e_{s_{max}} = \frac{n}{2} e_c$$

En conclusion, le maximum absolu de cette tension est donc obtenu avec les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \omega_o^2 = \dfrac{1}{L_s C} & \text{(résonance)} \\ n^2 = \dfrac{R_p}{R_c} & \text{(adaptation)} \\ n \text{ le plus grand possible} \end{cases}$$

III-2-3. Obtention du rapport signal sur bruit maximum

Par définition du facteur de bruit N nous avons :

$$N = \frac{\left(\frac{\text{valeur efficace du signal}}{\text{valeur efficace du bruit}} \right)^2 \text{à l'entrée}}{\left(\frac{\text{valeur efficace du signal}}{\text{valeur efficace du bruit}} \right)^2 \text{à la sortie}} = \frac{\left(\frac{S}{B} \right)^2_E}{\left(\frac{S}{B} \right)^2_S}$$

, à la fréquence ν du générateur, et en considérant une bande $\Delta\nu$ suffisamment étroite pour que le spectre du bruit de fond y soit uniforme.

Pour le circuit d'entrée nous avons ainsi :

- valeur efficace du signal E_c^2
- valeur quadratique moyenne du bruit $4\ k\ T\ \Delta\nu\ R_c$

d'où il résulte que :

$$\left(\frac{S}{B}\right)^2_E = \frac{E_c^2}{4\ k\ T\ \Delta\nu\ R_c}$$

Pour le circuit de sortie, étudions le cas général avec une fréquence de résonance ν_o différente de la fréquence ν du générateur.

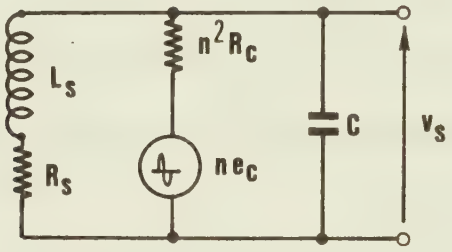


Fig. III.6

Le carré de la valeur efficace de la tension secondaire, obtenu à l'aide du schéma de la figure III.6 est :

$$|e_s|^2 = E_s^2 = \frac{n^2\ E_c^2}{\left(1+n^2\frac{R_c}{R_s}\ \frac{1}{1+\left(Q\ \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}\right)^2 + \left(n^2\frac{R_c}{R_s}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\left(\frac{1}{Q} - \frac{Q}{1+\left(Q\ \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}\right)^2}$$

Le bruit étant dû à la partie réelle de l'impédance Z_s du circuit secondaire, nous avons :

$$R(Z_s) = \frac{n^2R_c\left(1 + n^2\ \frac{R_c}{R_s}\ \frac{1}{1+\left(Q\ \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}\right)}{\left(1+n^2\frac{R_c}{R_s}\ \frac{1}{1+\left(Q\ \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}\right)^2 + \left(n^2\frac{R_c}{R_s}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\left(\frac{1}{Q} - \frac{Q}{1+\left(Q\ \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}\right)^2}$$

et finalement

$$\left(\frac{S}{B}\right)^2_S = \frac{E_s^2}{4k\ T\ \Delta\nu\ R(Z_s)} = \frac{E_c^2}{4k\ T\ \Delta\nu\ R_c \left(1 + n^2 \frac{R_c}{R_s} \frac{1}{1 + \left(Q \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}\right)}$$

D'où l'expression du facteur de bruit :

$$N = 1 + n^2 \frac{R_c}{R_s} \frac{1}{1 + \left(Q \frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}$$

Le maximum du rapport signal sur bruit en sortie étant obtenu lorsque le facteur de bruit est minimum, nous en déduisons les conclusions suivantes :

1°) Son étude en fonction de la fréquence nous montre qu'il n'existe pas d'optimum, mais seulement que la fréquence du générateur doit être la plus grande possible (figure III.7).

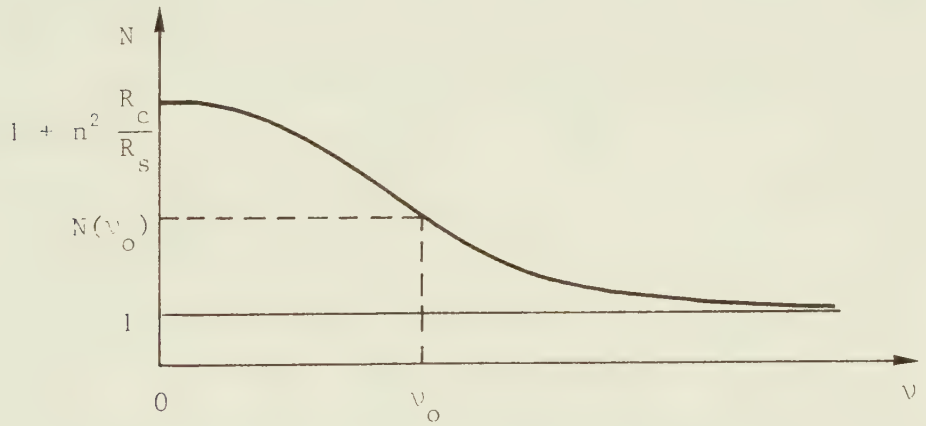


Fig. III.7 - Variation du facteur de bruit en fonction de la fréquence du générateur

Or deux raisons majeures s'opposent à cela, car la tension secondaire sera beaucoup plus faible qu'à la résonance, et le déphasage important avec le signal de démodulation ne pourra que réduire encore plus le signal démodulé.

Il est donc nécessaire que le circuit oscillant secondaire soit accordé sur la fréquence du signal qu'il doit transmettre.

2°) Pour $\omega = \omega_o$, nous obtenons alors :

$$N = 1 + \frac{n^2 R_c}{R_s + \frac{L_s^2 \omega_o^2}{R_s}}$$

Ce facteur de bruit sera également minimum lorsque l'inductance L_s sera maximale, cependant les capacités parasites limitent sa valeur. Afin de se réserver une marge de réglage de la fréquence de résonance à l'aide d'une capacité ajustable, il faut en effet :

$$L_s \leqslant \frac{1}{\omega_o^2 \, (C_{ajustable} + C_{parasite})}$$

(Notons aussi que l'augmentation de L_s entraîne celle de R_s, mais la loi n'étant pas très bien définie, nous ne ferons pas cette étude).

3°) Il existe par contre une valeur maximale de ce facteur de bruit en fonction de la résistance R_s (figure III.8), et qui est obtenue pour $R_{s_o} = L_s \omega_o$, d'où :

$$N_{max} = 1 + \frac{n^2 R_c}{2 R_{s_o}}$$

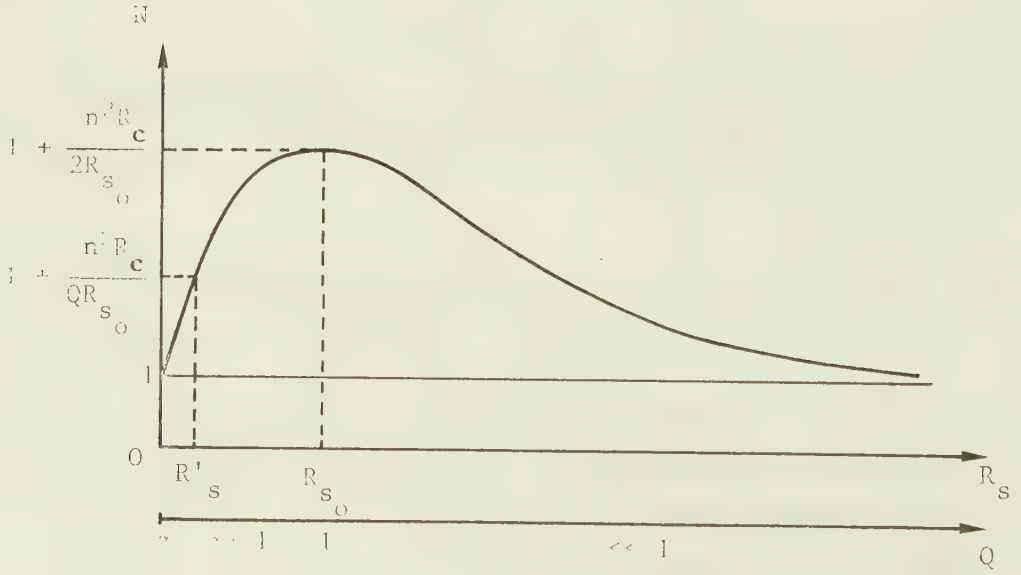


Fig. III.8 - Variation du facteur de bruit en fonction de la résistance secondaire de perte (ou en fonction du coefficient de qualité du circuit accordé).

Mais cette valeur correspond à un coefficient de qualité :

$$Q = \frac{L_s \omega_o}{R_{s_o}} = 1$$

qui ne correspond pas à la réalité. Désignons alors par R'_s la valeur réelle beaucoup plus faible de cette résistance, il en résulte que :

$$Q = \frac{L_s \omega_o}{R'_s} >> 1 \quad \text{et} \quad R'_s = \frac{R_{s_o}}{Q}$$

d'où :

$$N = 1 + \frac{n^2 R_c}{(1+Q^2) R'_s}$$

soit en fonction de R_{s_o} :

$$N = 1 + \frac{n^2 R_c}{Q R_{s_o}}$$

et cette valeur est nettement inférieure à la valeur maximale (figure III.8).

Or, à la résonance la résistance parallèle de perte est :

$$R_p = (1+Q^2) R'_s$$

d'où il vient exactement :

$$N = 1 + \frac{n^2 R_c}{R_p}$$

Au paragraphe précédent, nous avons conclu que le signal dû au générateur était maximum pour $R_p = n^2 R_c$, et ceci nous donne dans ces conditions un facteur de bruit :

$$\boxed{N = 2}$$

très proche de la valeur minimale unité.

En conclusion, s'il n'existe pas un facteur de bruit optimum, nous constatons par contre qu'il existe un excellent compromis lorsque le circuit oscillant secondaire est accordé sur la fréquence du générateur, et que le transformateur réalise l'adaptation entre la résistance interne du générateur et la résistance parallèle équivalente aux pertes de son circuit accordé secondaire.

III-2-4. Réalisation pratique du transformateur

En résumé de cette étude théorique, nous devons concevoir un transformateur possédant :

1) un rapport de transformation le plus élevé possible.
2) un enroulement secondaire accordé.
3) un circuit oscillant secondaire avec la meilleure qualité possible.
4) la qualité du circuit secondaire doit être telle que son impédance à la résonance vue du primaire soit égale à R_c.

Le premier point est facile à réaliser, il suffit en effet de bobiner un grand nombre de tours de fil au secondaire, et un petit nombre au primaire. Le second présente par contre une difficulté que nous avons déjà signalée, le grand nombre de tours crée une inductance secondaire de valeur importante et les capacités parasites peuvent alors être suffisantes pour obtenir un accord à une fréquence proche ou même inférieure à 5 kHz. Pour un type de bobinage donné il apparaît une limitation sur le nombre de tours.

Le troisième point se traduit par l'utilisation d'un matériau magnétique de très bonne qualité, et nous avons pour cela adopté des pots fermés en ferrite. Le quatrième point constitue en fait la véritable difficulté de la construction, car la valeur de l'impédance vue au primaire est directement liée à tous les paramètres précédents. Nous proposons alors d'établir le calcul avec la progression suivante :

Soient :

1) R_c, ω_o, n
2) $\Delta\omega$ la bande passante à - 3 décibels du circuit oscillant seul.

on en déduit

3) $C = \frac{1}{\Delta\omega\ n^2\ R_c}$: doit être supérieure aux capacités parasites.

4) $L = \frac{1}{C\ \omega_o^2}$: doit être réalisable dans la gamme de pots de ferrite choisie.

5) $Q = \frac{\omega_o}{\Delta\omega}$: la qualité de ferrite doit fournir au moins cette valeur.

6) $n_2 = \sqrt{\frac{L}{\alpha}}$: α est l'inductance spécifique du pot considéré.

7) $n_1 = \frac{n_2}{n}$: ne doit pas être trop faible (en particulier inférieur à un tour).

8) reprendre n_1 avec un nombre arrondi, et calculer les valeurs définitives des éléments.

En application, nous avons choisi n = 400, $\Delta\omega$ = 100 rd/s et un pot de ferrite "Ferrinox" de qualité T5 de la marque COFELEC, avec α = 1,6 $\mu H/sp^2$, et nous avons obtenu 4 spires au primaire, 1600 au secondaire, avec une self de 4,1 H et un condensateur d'accord de 250 pF.

III-3. PREAMPLIFICATEUR A FAIBLE BRUIT ET HAUTE IMPEDANCE D'ENTREE

L'impédance que présente à la résonance le circuit oscillant secondaire du transformateur de liaison est très grande :

$$R = \frac{R_p}{2} = \frac{n^2 R_c}{2} \quad \text{soit numériquement } R = 24\ M\Omega,$$

et il est nécessaire que le premier étage de l'amplificateur qui prélève la tension à ses bornes possède une impédance d'entrée nettement supérieure pour ne pas perturber son fonctionnement.

Mais la racine carrée de la densité énergétique spectrale du bruit de fond de cette résistance est maintenant :

$$\sqrt{\gamma_R} = 600\ nV/\sqrt{Hz} \quad ,$$

soit une valeur beaucoup plus élevée que celle ramenée à l'entrée du transistor à effet de champ que nous avons utilisé, étant en effet de 5 $nV/\sqrt{Hz}$ pour le type 2N 4869 A (SILICONIX), qui convient aussi parfaitement dans cette fonction de par sa très grande impédance d'entrée (figure III.9).

En conséquence, le niveau de bruit propre à la chaîne d'amplification, ne dépend pour des parts égales que de la résistance de sortie du multiplieur et de la résistance parallèle équivalente aux pertes du circuit secondaire accordé du transformateur.

Afin que ce premier étage ait un gain très stable, nous avons introduit le transistor à effet de champ dans un amplificateur fortement contre-réactionné, en utilisant un transistor bipôlaire T_2. Le gain ne dépend alors pratiquement plus que du rapport des résistances R_1 et R_2, et nous l'avons fixé par réglage à 2,5 pour obtenir un gain de 10^3 entre le primaire du transformateur et la sortie de cet amplificateur. (Notons cependant que l'adaptation des impédances réalisée par le transformateur fait perdre un facteur 2, et que le gain qui en résulte n'est plus que de 5.10^2).

III-4. AMPLIFICATEUR A 5 kHz AVEC RESEAU SELECTIF EN PONT EN DOUBLE T

Nous avons, au paragraphe II-5-1, conçu cet amplificateur avec un gain de 10^3 et une bande passante de 5 Hz autour de la fréquence de 5 kHz. Un tel coefficient de qualité de 10^3 (rapport de la fréquence centrale à la bande passante), ne peut être obtenu avec un circuit oscillant classique à inductance et capacité, et nous avons choisi de le réaliser à l'aide d'un filtre actif dont le réseau sélectif de contre-réaction est constitué par un pont en double T, suivant le schéma synoptique de la figure III.10 et le schéma détaillé de la figure III.11.

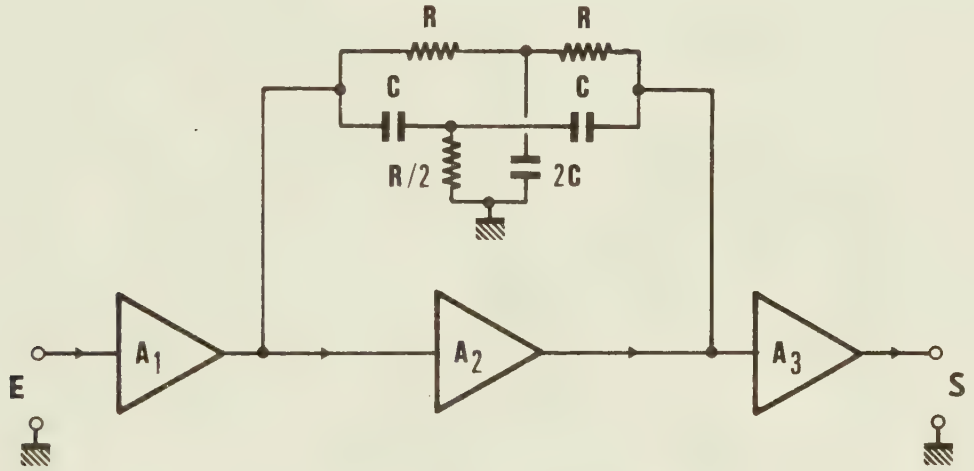


Fig. III.10 - Schéma synoptique de l'amplificateur sélectif à 5 kHz

Les amplificateurs A_1 et A_3 sont destinés à séparer le filtre central et à adapter les impédances avec le reste du réseau. Le premier amplificateur A_1, de gain 2, possède une grande impédance d'entrée, de même que l'amplificateur A_3, qui prélève la tension de sortie du filtre et l'envoie à basse impédance vers le démodulateur.

L'amplificateur A_2 a une impédance d'entrée élevée et une faible impédance de sortie pour alimenter le filtre en tension, et un gain d'une haute stabilité. Nous n'avons pu cependant le réaliser avec un amplificateur opérationnel du commerce, car la plupart des modèles ont à la fréquence de 5 kHz une marge de gain insuffisante pour assurer la stabilité d'un gain en boucle fermée de l'ordre de 10^3. Pour cette raison, nous l'avons conçu avec des composants discrets afin

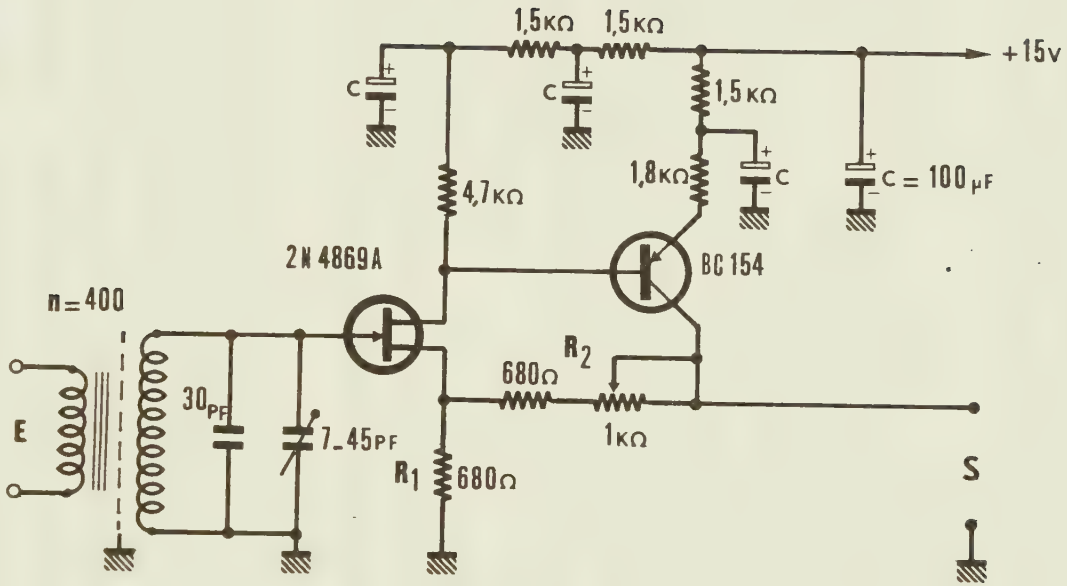


Fig. III.9 - Préamplificateur à très faible bruit.

d'obtenir un produit gain x bande-passante très élevé. Son gain en boucle ouverte de l'ordre de 2.10^5 est ramené à 2.10^3 par un réseau de contre-réaction à résistances, indépendant du réseau sélectif, et ne dépend ainsi pratiquement plus que de celles-ci. Avec un circuit parfait (bien équilibré et avec des condensateurs sans pertes), seule la fréquence de non transmission du réseau :

$$\nu_o = \frac{1}{2\pi RC}$$

serait amplifiée par ce gain de 2.10^3, et la bande passante obtenue serait théoriquement nulle. Mais ici nous avons dû choisir des composants de très grande qualité pour arriver à obtenir un gain de 5.10^2 et une bande passante de 5 Hz. Les résistances bobinées aselfiques ainsi que les condensateurs au mica qui constituent ce pont ont été sélectionnés avec des coefficients de température extrêmement faibles (10 ppm/°C) afin de garantir une stabilité de la fréquence de résonance très inférieure à la largeur de la bande passante.

Pour éviter toute instabilité de cet amplificateur, nous avons découplé très fortement la tension d'alimentation de chaque étage, et pris de grandes précautions lors de la réalisation (blindages, étude de la répartition des points de masse, ...).

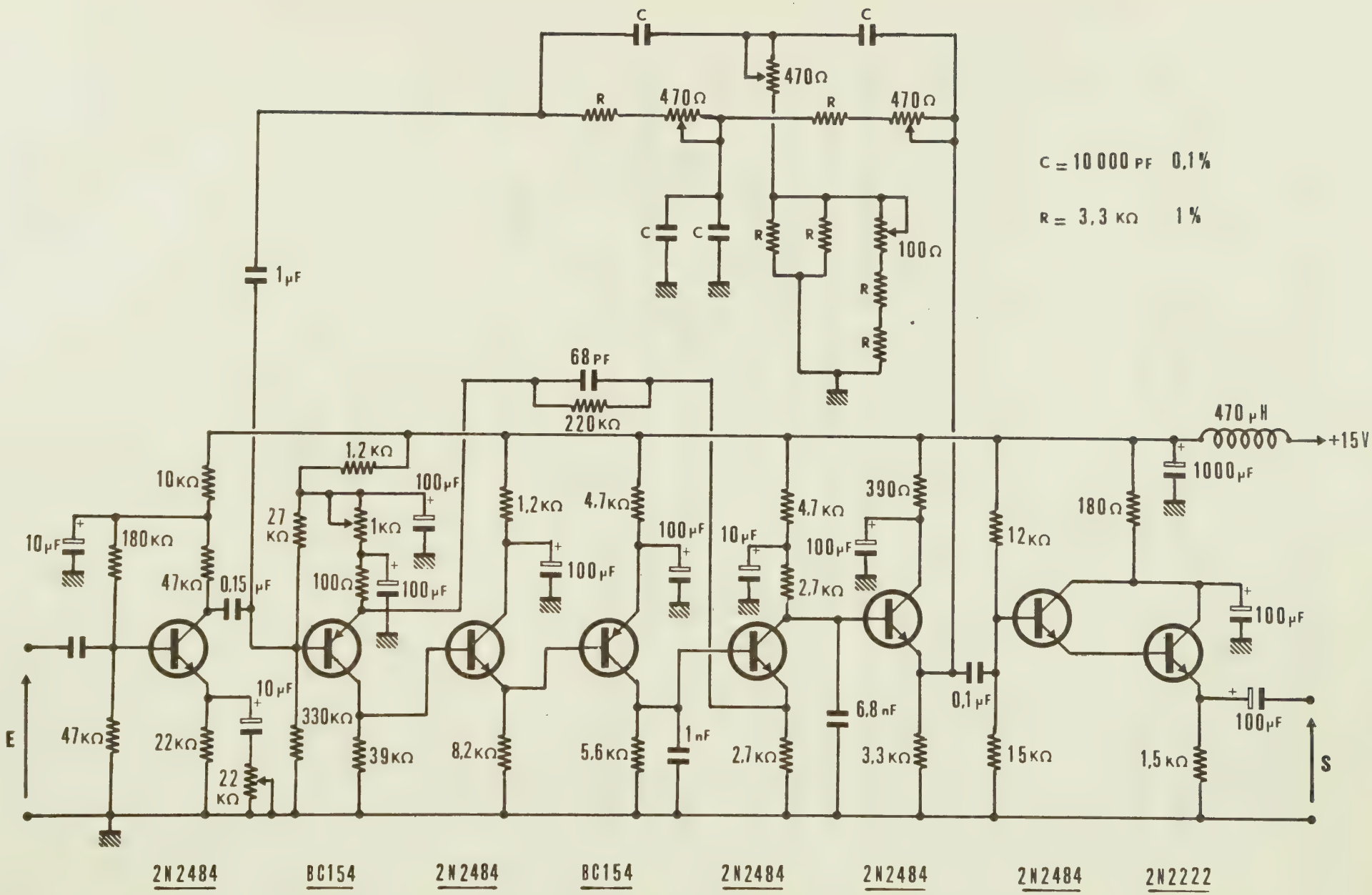


Fig. III.11 - Amplificateur sélectif à 5 kHz.

III-5. AMPLIFICATEURS SELECTIFS A 0,5 Hz

Nous avons prévu au paragraphe II-5-2 de constituer ces amplificateurs accordés sur la fréquence de 0,5 Hz, avec un gain de 10^2 et une bande passante de 10^{-2} Hz, soit un coefficient de qualité de 50. A une fréquence aussi basse ils ne peuvent qu'être réalisés avec des filtres actifs, et nous avons choisi une structure appelée "INIC" (convertisseur d'impédance négative en intensité) dont le schéma synoptique est reproduit à la figure III.12.

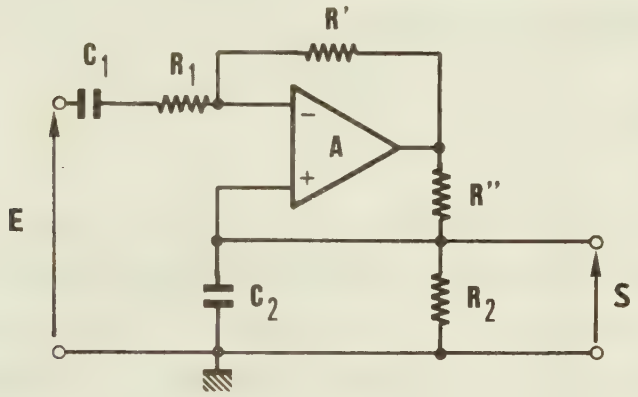


Fig. III.12 - Filtre actif passe-bande de type "INIC"

Ce filtre bien que délicat à mettre en oeuvre aux fréquences élevées (supérieures à 1 kHz environ) à cause de l'influence des capacités parasites, a par contre (en basse fréquence) l'avantage d'avoir sur le circuit en double T une très grande simplicité de réglage. Ceci nous a paru dans notre cas essentiel, car avec une bande passante de 10^{-2} Hz il faut attendre au moins une centaine de secondes pour voir apparaître le résultat d'une modification des valeurs des composants.

Si nous désignons par K le rapport entre les résistances R' et R", la fréquence de résonance ν'_o de ce filtre est donnée par :

$$\nu'_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad , \qquad K = \frac{R'}{R''}$$

le gain maximum qui y correspond est :

$$A(\nu'_o) = \frac{-1}{1 - \frac{1}{K}\left(\frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right)}$$

et le coefficient de qualité obtenu (rapport de ν'_o à la bande passante à - 3 dB) est :

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_2 - K R_2 C_1}$$

Si cependant $R_1 = R_2 = R$ et $C_1 = C_2 = C$, ces formules se simplifient et deviennent :

$$\nu'_o = \frac{1}{2\pi RC} \quad , \quad A(\nu'_o) = \frac{-1}{1 - \frac{2}{K}} \quad , \quad Q = \frac{1}{2 - K}$$

Nous constatons qu'il est effectivement aisé de régler la fréquence de résonance à l'aide de résistances ajustables mises en série avec R_1 et R_2, puis de régler la bande passante à l'aide d'un potentiomètre P interposé sur la sortie de l'amplificateur opérationnel (figure III.13), de façon à ajuster le coefficient K.

Nous en déduisons aussi que l'on peut obtenir une très faible bande en faisant tendre K vers la valeur 2, mais le gain tend alors vers des valeurs élevées qui peuvent produire des instabilités, et compte tenu des conclusions du paragraphe II-5-2, la bande passante de 10^{-2} Hz nous a semblé constituer un excellent compromis.

Le seul inconvénient de ce filtre actif est que l'on doit prélever la tension de sortie sous une très haute impédance aux bornes du circuit parallèle R_2C_2. Nous l'avons donc fait suivre par un amplificateur opérationnel contre réactionné pour avoir un gain unité, et dont l'entrée non inverseuse est reliée au circuit précédent à travers une capacité et à la masse par une résistance de très forte valeur.

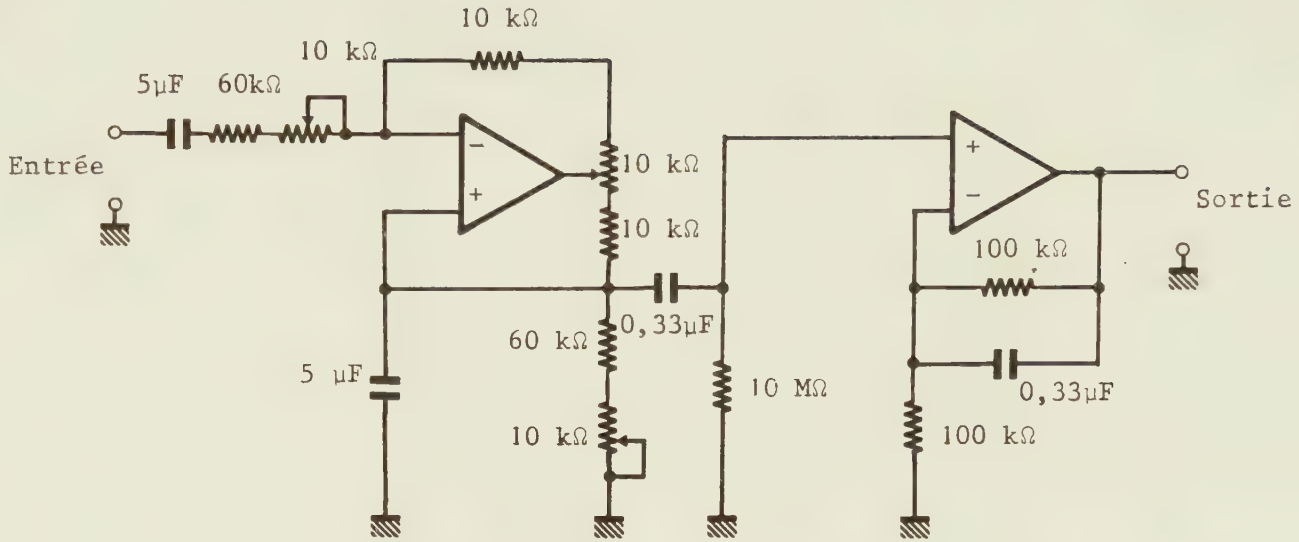


Fig. III.13 - Amplificateur sélectif à 0,5 Hz.

C H A P I T R E Q U A T R E

REALISATION DES MODULATEURS ET DEMODULATEURS SYNCHRONES

IV - 1. MODULATION A LA FREQUENCE DE 5 kHz.

IV - 1 - 1. Modulateur.

Le modulateur est composé d'un anneau de quatre diodes D_1 à D_4 (figure IV-1) dont une diagonale reçoit le signal d'entrée par l'intermédiaire d'un transformateur à large bande T_1 identique à celui utilisé dans le corrélateur. Le signal modulé est prélevé sur l'autre diagonale, et appliqué à un transformateur de même type T_2.

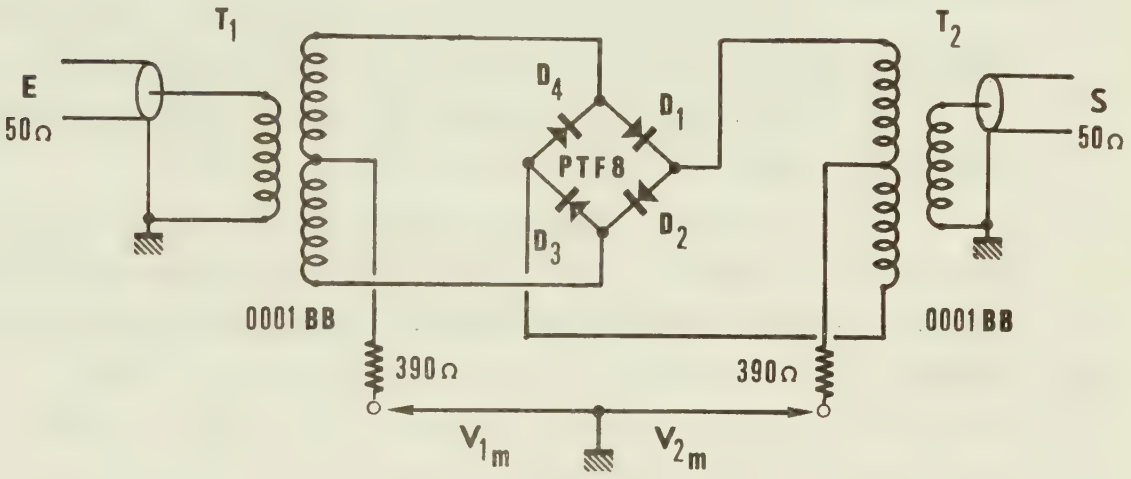


Fig. IV.1 - Modulateur à 5 kHz

Les signaux de commande V_{1_M} et V_{2_M} sont constitués par des créneaux négatifs d'amplitude 12 V , complémentaires et de rapport cyclique unité.

Lorsque $V_{1_M} = -12$ V et $V_{2_M} = 0$, les diodes D_2 et D_4 sont conductrices, et le courant qui les traverse (environ 15 mA) est suffisamment élevé pour que leur résistance dynamique soit très faible en comparaison de celles de 50 Ω ramenées par les demi-enroulements de chaque transformateur. Le signal d'entrée est alors transmis vers la sortie sans atténuation avec un signe qui dépend du cablage du circuit.

A la demi-période suivante, lorsque $V_{1_M} = 0$ et $V_{2_M} = -12$ V, ce sont les deux autres diodes D_1 et D_3 qui deviennent conductrices et laissent ainsi passer le signal d'entrée avec un signe opposé au précé-

dent. Cette inversion répétitive du signe du signal d'entrée se traduit alors sur le signal de sortie par la modulation désirée.

Parmi les facteurs qui peuvent caractériser la qualité d'une excellente modulation, nous citerons :

1) Une absence dans le signal de sortie de "pics" de commutation. Ils sont dus aux capacités parasites et surtout à une dissymétrie dans les enroulements à point milieu des transformateurs d'où résulte une différentiation par effet inductif. De ce point de vue, le modèle utilisé nous a pleinement satisfait.

2) Une égalité du gain de la transmission pendant chaque demi-période. Elle peut être obtenue en réglant l'amplitude des signaux V_{1_M} et V_{2_M} du générateur de commande, de façon à modifier légèrement la résistance dynamique des diodes dans le sens passant.

3) L'égalité temporelle de chaque période de la modulation. Pour cela les signaux V_{1_M} et V_{2_M} sont issus des sorties Q et $\overline{Q}$ d'une bascule bistable (figure IV.2) commandée à une fréquence double, soit 10 kHz.

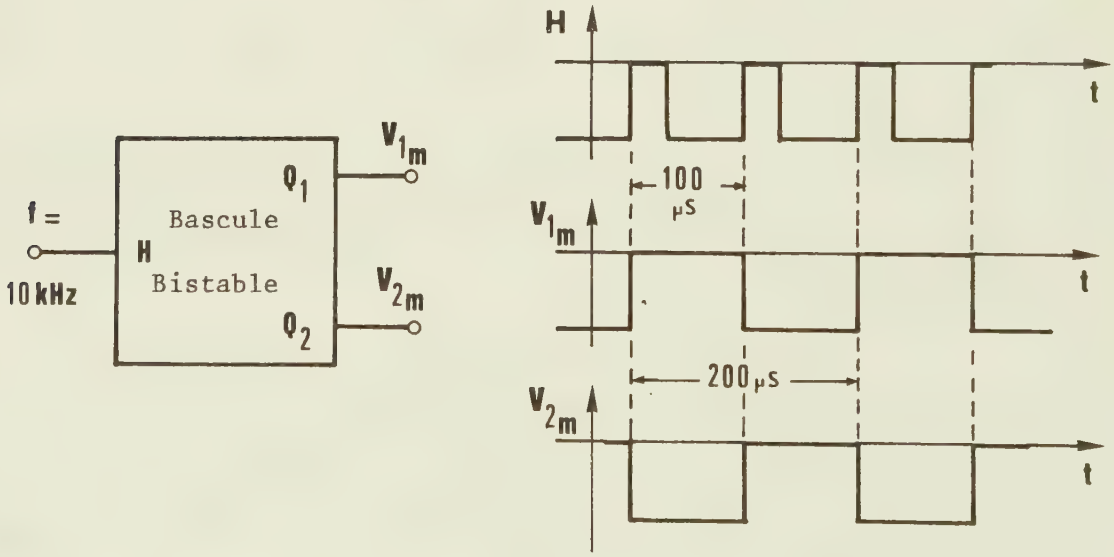


Fig. IV.2 - Obtention des signaux de commande du modulateur

Cette bascule, qui constitue un diviseur par deux, fournit des signaux rectangulaires, complémentaires , dont le rapport cyclique

est parfaitement égal à l'unité car chaque créneau est égal à une période complète du signal du générateur de commande dont la fréquence est stabilisée.

4)L'absence d'ondes stationnaires dues à une désadaptation d'impédance. Les transformateurs T_1 et T_2 étant identiques, l'adaptation de l'entrée et de la sortie de ce modulateur à l'impédance caractéristique de 50 Ω est réalisée si les diodes n'introduisent pas de perturbation dans la liaison entre les deux transformateurs, c'est-à-dire si elles ont, dans le sens passant, la plus faible résistance interne possible. Bien que ce fait aille à l'encontre du précédent, pour lequel la variation de cette résistance interne en fonction du courant de polarisation sert de réglage, l'anneau de diodes que nous avons utilisé s'est avéré un excellent compromis.

IV - 1 - 2. Démodulateur.

Nous l'avons réalisé suivant le schéma de la figure IV-3. Il comporte un transformateur basse fréquence T, de rapport de transformation unité, qui transmet le signal venant de l'amplificateur à réseau sélectif en double T (paragraphe III-4) à une diagonale d'un anneau de quatre transistors à effet de champ à grille isolée T_1 à T_4.

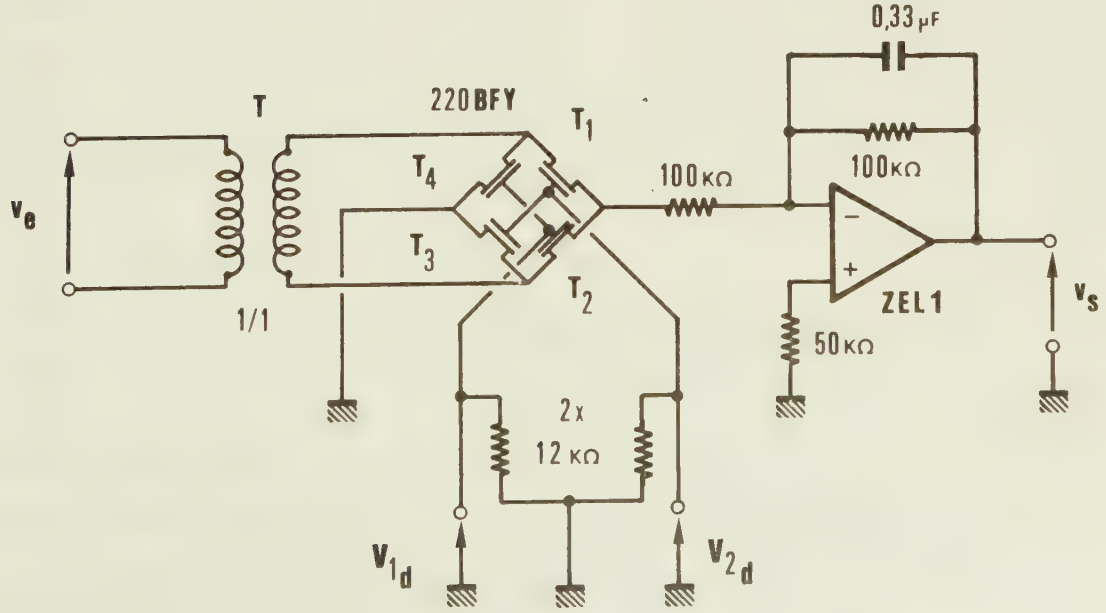


Fig. IV.3 - Démodulateur synchrone à 5 kHz

Le signal démodulé est prélevé à haute impédance dans la seconde diagonale par un amplificateur opérationnel cablé en inverseur, qui est utilisé en même temps comme premier filtre du signal à 0,5 Hz, avec un réseau passe-bas à résistance et condensateur dont la fréquence de coupure est de 5 Hz à - 3 dB.

La nature des signaux à démoduler - faible niveau et fréquence peu élevée - nous a conduit à utiliser ces transistors qui ont sur l'anneau de diodes, et aussi sur celui à transistors bipôlaires, l'important avantage de la séparation totale entre les signaux de commande appliqués sur les grilles et le signal transmis par le canal semi-conducteur. Ces quatre transistors sont fabriqués sur une même pastille de silicium et présentés dans un boitier sous forme de circuit intégré. Ils possèdent ainsi une faible dispersion de leurs caractéristiques électriques, ce qui garantit une bonne égalité de la transmission de l'amplitude du signal à chaque demi-période de la démodulation.

Les signaux de commande de la commutation V_{1_D} et V_{2_D} sont identiques et obtenus de la même façon que ceux du modulateur.

Des mesures de linéarité nous ont montré que la tension maximale admissible à l'entrée est de l'ordre de 2 volts. Au-delà, non seulement des non linéarités apparaissent, dues à la modulation du canal en fonction de la tension appliquée, mais les tensions de commande de la résistance des transistors V_{1_D} et V_{2_D}, desquelles vient se soustraire une partie de la chute de tension dans le canal de chaque semi-conducteur, peuvent ne plus être suffisantes pour assurer une grande résistance dans le sens bloqué et une très faible dans le sens passant. Dans l'utilisation prévue, les signaux n'ont qu'une amplitude au plus égale à quelques dizaines de millivolts, et cette limite ne sera par conséquent jamais atteinte.

IV - 2. MODULATION A LA FREQUENCE DE 0,5 Hz.

IV - 2 - 1. Modulateur.

Une fréquence aussi basse nous permet d'utiliser des relais électromagnétiques et de bénéficier de leurs principaux avantages, qui sont d'une part une très bonne égalité de la transmission de l'amplitude dans les deux phases du signal modulé (elle ne dépend maintenant que

de l'équilibrage d'un transformateur), et d'autre part une structure coaxiale du relais utilisé qui favorise un très grand isolement entre la haute fréquence transmise et le signal de modulation, c'est-à-dire le signal de commande de l'électro-aimant.

Le commutateur K_1 du relais coaxial (fig. IV-4) aiguille la sortie sur l'une ou l'autre des extrémités de l'enroulement secondaire à point milieu du transformateur à large bande T, de façon à obtenir un signal dont le signe varie à la fréquence de 0,5 Hz, ce qui provoque la modulation désirée.

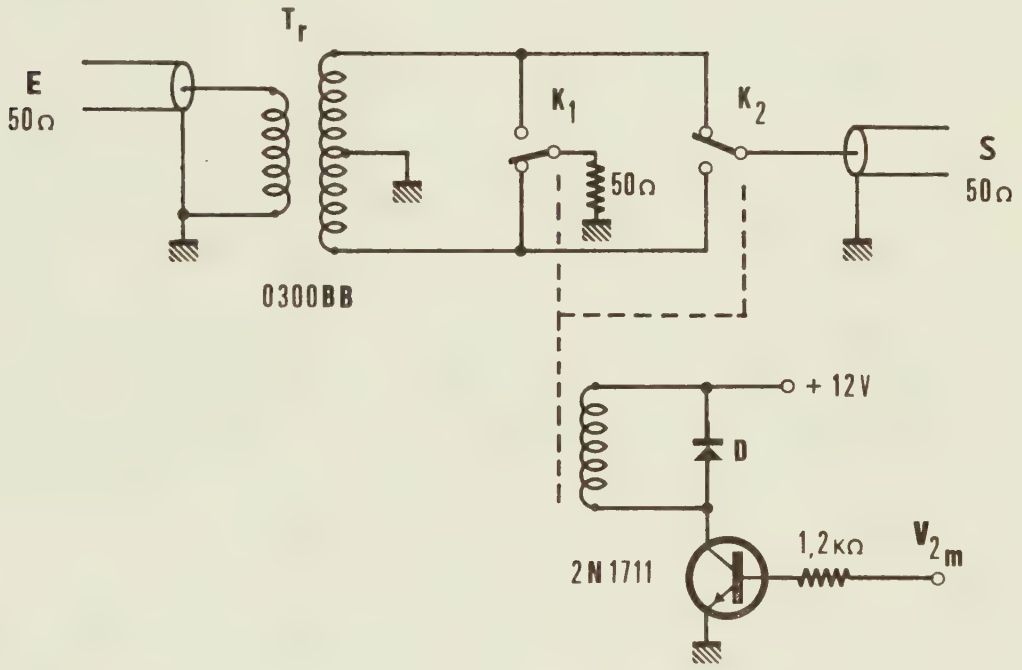


Fig. IV.4 - Modulateur à 0,5 Hz

Le bon fonctionnement du transformateur à large bande n'est cependant assuré que si ses demi-enroulements secondaires sont chargés en permanence par deux résistances de 50 Ω. L'une étant constituée par l'impédance de l'entrée du multiplieur branchée sur la sortie de ce modulateur, l'autre, prévue par le constructeur à cet effet, est une résistance intérieure au relais que le commutateur K_2 applique sur le demi-enroulement secondaire qui n'est pas utilisé. Cette résistance supplémentaire a cependant l'inconvénient de consommer inutilement la moitié de la puissance du signal d'entrée et par suite d'entraîner un gain de

$1/\sqrt{2}$, soit une perte d'environ 30 % sur l'amplitude du signal modulé qui est fourni au multiplieur.

La commande du relais nécessite un courant important, de l'ordre de 100 mA, qui est commuté par l'intermédiaire d'un transistor dont les états saturé et bloqué sont régis par l'application sur sa base, à travers une résistance de 1,2 kΩ, d'un niveau logique "haut" (+ 3,5 V) ou "bas" (0 V) provenant de la sortie d'une bascule bistable en circuit intégré de technologie TTL. La présence de cette bascule est justifiée par les mêmes raisons que nous avons invoquées en étudiant le modulateur précédent. Elle est commandée à une fréquence double, soit 1 Hz, obtenue à partir d'une base de temps très stable que nous décrirons plus loin.

IV - 2 - 2. Démodulateur.

Ce démodulateur d'un type un peu particulier a été décrit par MARCHAIS | 36| (fig.IV-5). Il utilise un amplificateur opérationnel et un commutateur K. Notre choix a été guidé par les raisons suivantes : d'une part, l'amplitude de la tension à démoduler est importante, puisqu'elle peut atteindre la totalité de la dynamique du dernier amplificateur opérationnel du filtre passe-bande à 0,5 Hz (+ 10 à - 10 V), d'autre part, on ne peut utiliser de transformateur, compte tenu de la très faible valeur de la fréquence.

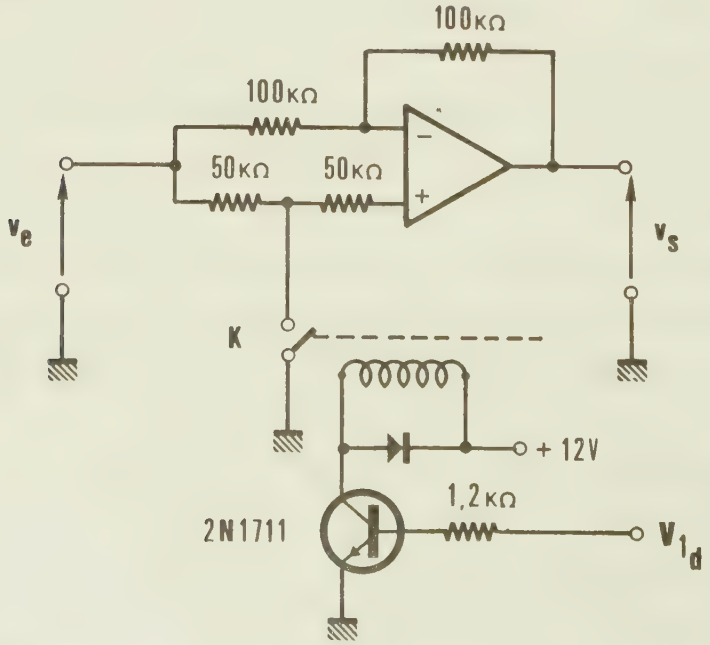


Fig. IV.5 - Démodulateur synchrone à 0,5 Hz

Il serait nécessaire avec un modulateur en anneau d'utiliser un élément actif qui réalise le passage d'une tension asymétrique en une tension symétrique, et il en résulterait un schéma plus complexe que celui-ci.

Le commutateur K constitué d'une manière purement électronique, avec un transistor dont on commande la saturation ou le blocage ne nous a pas donné de bons résultats. La résistance résiduelle de saturation n'était pas suffisamment faible par rapport aux résistances en série avec l'entrée non inverseuse (malgré l'adoption pour celles-ci de valeurs élevées) et la solution apportée par un relais mécanique nous a semblé préférable.

Afin de réduire les rebondissements et le temps mort des contacts (défini comme le temps que met la lame mobile pour se déplacer d'un contact à un autre), nous avons utilisé un relais rapide à contacts mouillés au mercure et protégés sous une ampoule de verre scellée.

Ce démodulateur synchrone fonctionne de la façon suivante:

- lorsque l'interrupteur K est fermé, le signal d'entrée se trouve appliqué sur l'entrée inverseuse de l'amplificateur dont le fonctionnement est alors classique, et $v_s = - v_e$;

- lorsque l'interrupteur K est ouvert, le signal se retrouve sur l'entrée non inverseuse car son impédance d'entrée est très élevée, et également sur l'entrée inverseuse puisque l'amplificateur possède un grand gain en boucle ouverte qui maintient entre ses deux entrées une différence de potentiel extrêmement faible. Il en résulte que le courant qui circule dans les résistances de contre-réaction est nul, et par suite la tension de sortie v_s ne peut qu'être égale à la tension d'entrée v_e.

La commutation du relais est, comme pour le modulateur, assurée par un transistor dont la commande s'effectue également par le signal de sortie d'une bascule bistable en circuit intégré.

IV - III. COMPENSATION DES RETARDSET DEPHASAGES APPORTES PAR LES AMPLIFICATEURS.

La tension à la sortie d'un démodulateur synchrone est

maximale quand le décalage entre le signal à démoduler et celui de commande est nul. Or, de faibles retards et déphasages peuvent apparaître en cours d'amplification avec des origines diverses : courbe de réponse d'un amplificateur passe-bande légèrement décalée de sa position nominale, déphasage non nul d'un réseau sélectif dû aux pertes du circuit à sa fréquence d'accord, etc... Nous pouvons cependant les compenser facilement à la démodulation en décalant d'une quantité convenable les signaux du générateur de commande, suivant le schéma synoptique de la figure IV - 6 relatif à une seule modulation.

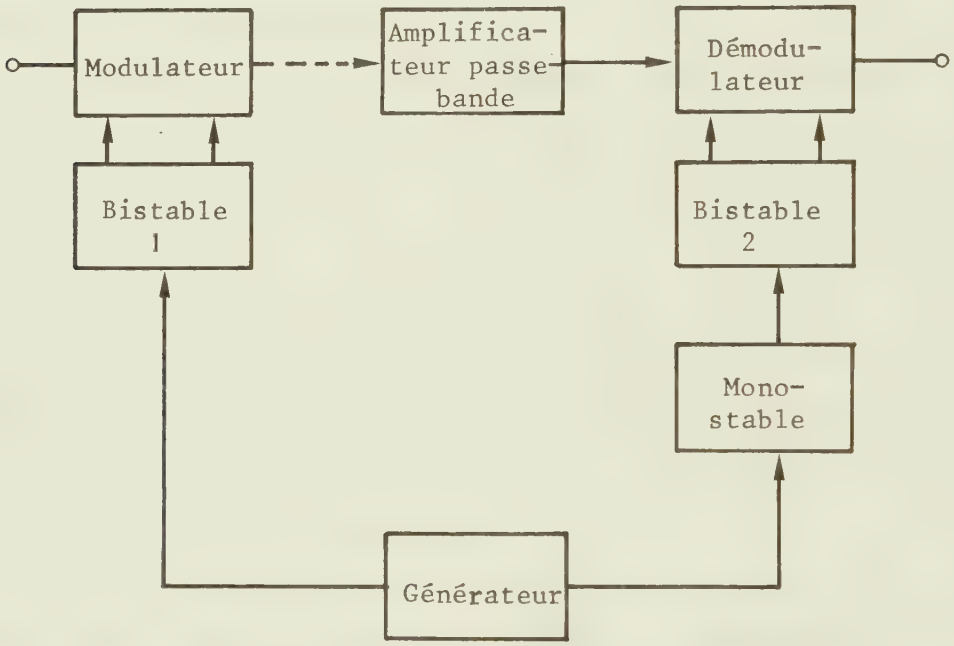


Fig. IV.6 - Compensation du déphasage introduit par un amplificateur.

Le bistable qui commande le démodulateur est déclenché avec un retard réglable obtenu par un monostable, et l'ensemble des diagrammes de temps s'établit avec la séquence représentée à la figure IV - 7, où nous avons supposé que les bistables 1 et 2 changent d'état sur les fronts positifs de leurs signaux de déclenchement.

Du point de vue pratique, la méthode de réglage consiste à injecter sur les deux voies du corrélateur un même signal déterministe, par exemple un signal sinusoïdal de fréquence élevée et d'amplitude

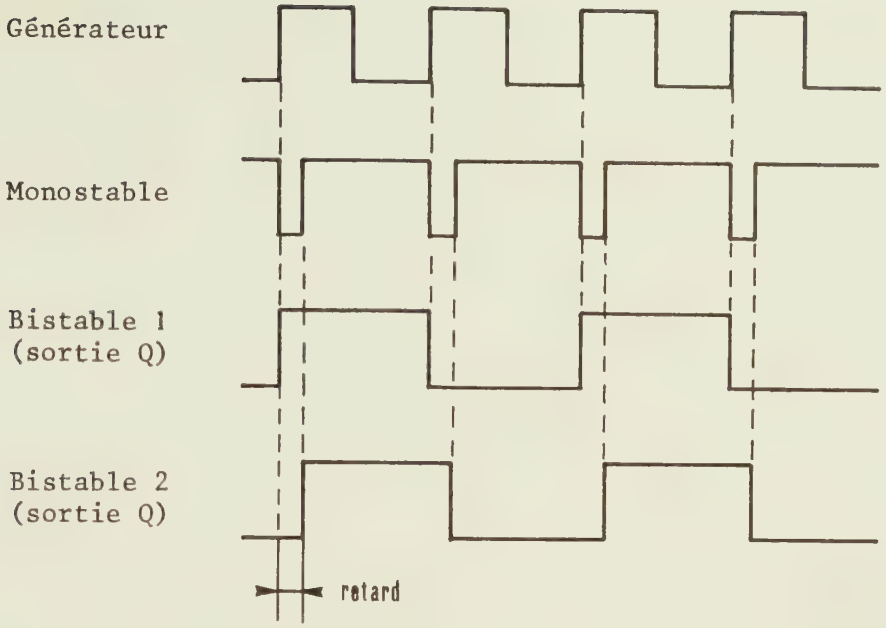


Fig. IV.7 - Signaux relatifs au montage de la figure IV.6

bien stable, et à observer avec un oscilloscope la forme du signal démodulé à la sortie immédiate de chaque démodulateur à 5 kHz et à 0,5 Hz. De la corrélation entre les deux voies résulte en sortie de chaque amplificateur un signal sinusoïdal qui,une fois détecté, doit avoir la forme d'une sinusoïde redressée si le retard introduit par les amplificateurs est bien compensé (fig. IV-8). Si la compensation est trop faible ou trop forte, nous observons les deux figures correspondantes et il suffit alors d'agir sur le délai du monostable pour obtenir le réglage optimum précédent.

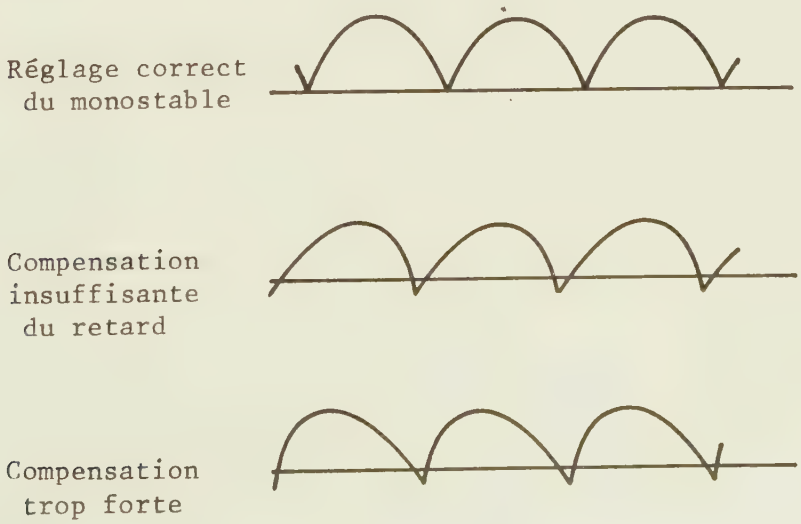


Fig. IV.8 - Signaux obtenus par le réglage du monostable.

CHAPITRE CINQ

INTEGRATION DU SIGNAL CORRELE

V-1. AVANTAGES DE L'INTEGRATEUR SUR LE FILTRE PASSE-BAS

V-1-1. Filtre passe-bas

Nous avons précédemment établi (paragraphe II-4-2.) que la bande passante $\Delta\nu'''$ nécessaire à l'obtention d'un rapport signal sur bruit donné à la sortie de la deuxième démodulation synchrone est inversement proportionnelle au carré de ce dernier et nous avons également montré, en application des données expérimentales, que cette bande passante devait être extrêmement faible, de l'ordre du dix-millième de hertz.

Cette valeur, obtenue avec un simple filtre passe-bas composé d'une résistance et d'un condensateur, nous oblige à employer des éléments de valeurs élevées : avec une résistance de 10 MΩ qui correspond à une limite pratique pour l'utilisation de ce genre de filtre en liaison avec un amplificateur opérationnel (figure V-1.), il nous faut en effet disposer d'un condensateur de 1 000 µF qui doit être de très bonne qualité pour pouvoir conserver sa charge pendant toute la durée de la mesure. Ceci exclut donc l'utilisation de condensateurs électrochimiques et pose un problème pour constituer une aussi grande capacité par la mise en parallèle de condensateurs de haute qualité dont les valeurs n'excèdent guère 5 µF.

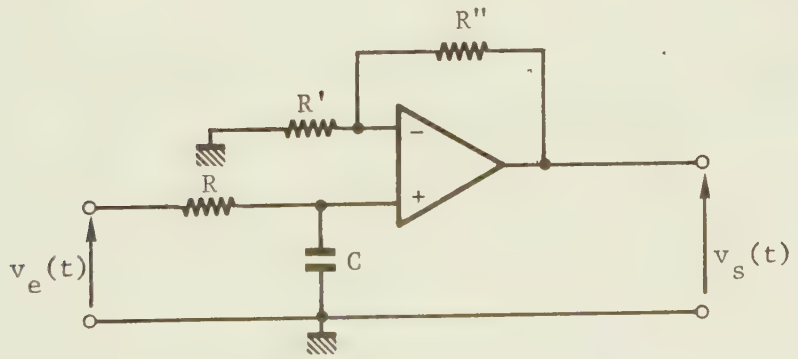


Fig. V.1 - Filtre passe-bas

Lors de la mise au point du corrélateur nous avons toutefois utilisé ce genre de filtre avec un compromis entre la valeur de la résistance et celle du condensateur, de façon à obtenir avec une bonne précision la plus grande constante de temps possible (environ 200 secondes).

Ce filtre, qui allie comme avantages la simplicité et un bon fonctionnement par l'absence de dérive à long terme de ses paramètres, a cependant l'inconvénient de ne fournir à sa sortie qu'un rapport signal sur bruit constant en fonction du temps, une fois passée la période transitoire pendant laquelle le signal continu utile varie en sortie de façon exponentielle (figure V.2), (car ce rapport ne dépend ensuite que de constantes physiques qui restent inchangées pendant toute la durée de la mesure).

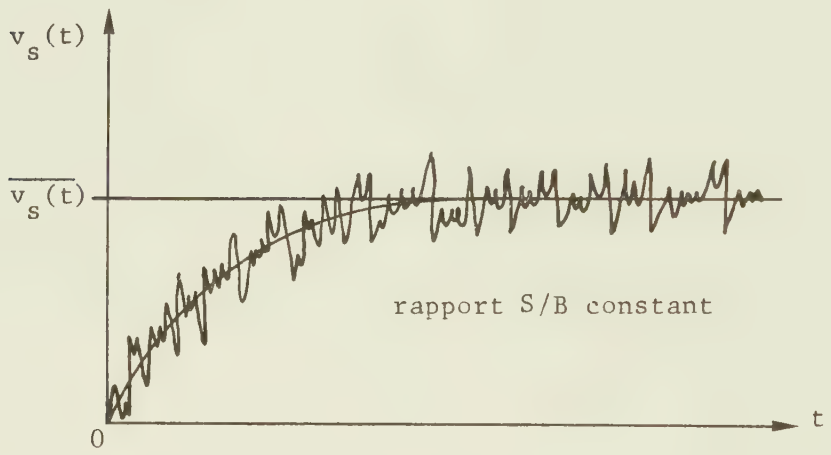


Fig. V.2 - Evolution du signal en sortie d'un filtre passe-bas.

V-1-2. Intégrateur

Nous avons alors pensé à un système qui utilise directement la définition de la valeur moyenne temporelle d'un signal, suivant la relation :

$$\overline{v_s(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_o^T v_e(t)\, dt$$

Si le signal $v_e(t)$ appliqué à ce système intégrateur est constitué de la superposition d'un terme continu S_e, qui représente le signal corrélé à un coefficient d'amplification près, perturbé par un bruit $B_e(t)$ stationnaire et à valeur moyenne nulle, nous avons :

$$v_e(t) = S_e + B_e(t) \quad ,$$

et le signal à la sortie de l'intégrateur est :

$$\overline{v_s(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_o^T S_e \, dt + \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_o^T B_e(t) \, dt$$

soit $\overline{v_s(t)} = S_e$, ce qui fournit le résultat recherché.

Mais en pratique le temps d'intégration ne peut être évidemment infini, et nous n'obtiendrons qu'une estimation $\hat{v}_s(T)$ en un temps T de la vraie valeur que nous désirons déterminer (figure V.3) :

$$\hat{v}_s(T) = \frac{1}{T} \int_o^T v_e(t) \, dt$$

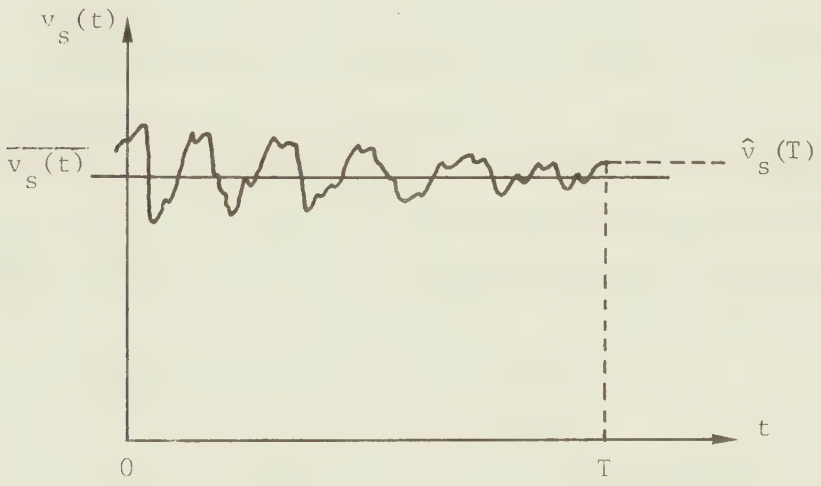


Fig. V.3 - Estimation de $\overline{v_s(t)}$ au bout du temps T

La précision sur le résultat d'une mesure pendant un intervalle de temps T s'exprime alors par la variance de cette estimation (27) :

$$\sigma_s^2(T) \# \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} C_{Be.Be}(\tau) \, d\tau$$

dans laquelle $C_{BeBe}(\tau)$ est la fonction d'autocorrélation du bruit $B_e(t)$ à l'entrée de l'intégrateur. (Cette formule n'est en fait applicable que si le temps d'intégration T est très supérieur au retard τ pour lequel cette fonction d'autocorrélation est devenue négligeable par rapport à sa valeur lorsque $\tau = 0$; mais ceci est souvent le cas et cette condition sera amplement réalisée dans nos expériences).

Lorsque le temps d'intégration devient infini, nous constatons que cette erreur tend vers zéro, et le résultat d'une mesure $\hat{v}_s(T)$ tend vers la valeur moyenne temporelle $\overline{v_s(t)}$ et en représente ainsi une estimation sans biais, indépendante du temps T. Ceci est un point important car nous pouvons alors fractionner ce temps et faire plusieurs mesures de plus courte durée, entre lesquelles il nous sera possible de vérifier le fonctionnement du corrélateur et la stabilité des caractéristiques des signaux à ses entrées. Il serait en effet dommage qu'au cours d'une mesure de plusieurs jours, nécessaire à l'obtention d'un point éloigné du sommet de la courbe du taux de corrélation, se produise une dérive momentanée dans les paramètres de l'appareillage qui ne puisse pas être détectée. Pour cette raison, *nous avons fractionné le temps de mesure en périodes de 1 000 secondes.*

Rapport signal sur bruit en sortie de l'intégrateur

Soient $\sigma^2_{B_e}$ la valeur quadratique moyenne et $\frac{\sigma^2_{B_e}}{2\Delta\nu''}$ la densité spectrale énergétique du bruit dans la bande $\Delta\nu''$ à la sortie de la deuxième démodulation synchrone, et soit α un coefficient caractéristique de l'intégrateur.

La variance de chaque mesure est alors (27) :

$$\sigma^2_s(T) \# \alpha^2 \frac{C_{BeBe}(o)}{2\Delta\nu''.T} = \alpha^2 \frac{\sigma^2_{Be}}{2\Delta\nu''.T} \quad \text{si } \Delta\nu'' \, T \geqslant 5 \text{ environ,}$$

ce qui est réalisé car $\Delta\nu'' = 10^{-2}$ Hz et $T = 10^3$ s.

En utilisant la valeur de $\sigma^2_{B_e}$ exprimée au paragraphe II-4-2, la valeur efficace des fluctuations du résultat de chaque intégration (c'est-à-dire la précision absolue de chaque mesure) est :

$$\sigma_s(T) = \alpha \cdot \frac{\pi^2}{8} \cdot k \cdot \sigma^2_B \frac{1}{\sqrt{2\Delta\nu \, T}} A' \cdot A''$$

La valeur moyenne vraie calculée au même paragraphe est :

$$\overline{v_s}(T) = \alpha \cdot \left(\frac{8}{\pi^2}\right)^2 \cdot k \cdot \rho(\theta) \cdot \sigma^2_B \cdot A' \cdot A''$$

et il résulte qu'à la fin d'un intervalle de temps d'intégration T, le rapport signal sur bruit en sortie de l'intégrateur vaut finalement :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_T = \frac{8}{\pi^2} \cdot \rho(\theta) \cdot \sqrt{2.\Delta\nu.T}$$

V-1-3. Conclusion

La relation précédente est analogue à celle que nous avons établie au paragraphe II-4-2. :

$$\left(\frac{S}{B}\right)_S = \frac{8}{\pi^2} \cdot \rho(\theta) \cdot \sqrt{\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu'''}} \quad ,$$

en utilisant un filtre passe-bas dont la bande passante $\Delta\nu'''$ est à rapprocher de l'inverse de la valeur double du temps d'intégration. Mais alors qu'on ne peut augmenter ce rapport signal sur bruit qu'au prix d'une diminution de la largeur de bande du filtre, diminution dont nous avons déjà montré la difficulté, il suffit avec un intégrateur d'attendre d'autant plus longtemps que l'on désire de précision. Cette méthode d'extraction d'un signal continu d'un bruit présente alors un avantage certain pour la mesure de très faibles taux de corrélation, car en pratique on peut disposer d'un temps d'intégration très long qui ne sera limité que par la stabilité à très long terme de l'ensemble des parties du corrélateur et de celles de l'appareillage de l'expérience qui est étudiée.

C'est donc cette solution que nous avons choisie, avec cependant une légère variante, car les systèmes les plus courants qui intègrent une tension en fonction du temps, n'effectuent pas la division par le temps qui s'est écoulé depuis le début de l'intégration et ne permettent pas de suivre directement l'évolution de la valeur moyenne. Le signal à leur sortie est de la forme :

$$v_s(t) = \alpha \int_o^t v_e(\tau)\, d\tau = \alpha \cdot S_e \cdot t + \alpha \int_o^t B_e(\tau)\, d\tau$$

et pendant toute la durée de l'intégration il croît en moyenne proportionnellement au temps écoulé t avec le terme $\alpha \cdot S_e \cdot t$ (qui peut d'ailleurs amener une éventuelle saturation dans les amplificateurs), alors que l'erreur absolue sur la mesure (figure V.4) augmente comme la racine carrée du temps t :

$$\sigma_{s_T} = \alpha \cdot \frac{8}{\pi^2} \cdot k \cdot \sigma_B^2 \cdot \sqrt{\frac{t}{2\Delta\nu}} \cdot A' \cdot A'' \quad ,$$

conservant ainsi au rapport signal sur bruit une valeur identique à celle du précédent système intégrateur pour un même intervalle de temps T.

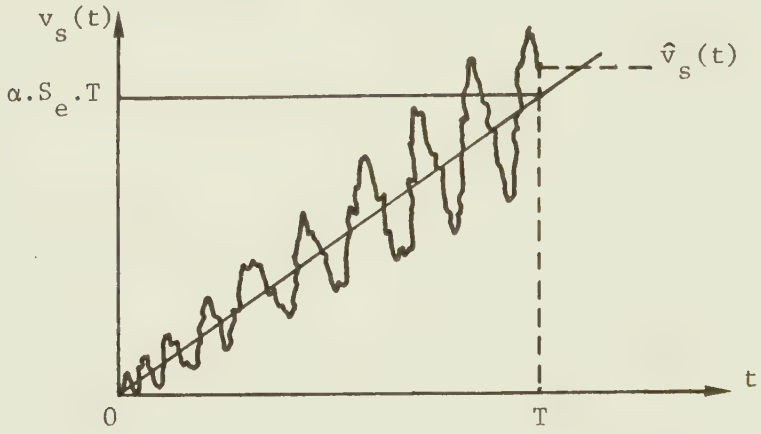


Fig. V.4 - Evolution de l'intégrale de $v_e(t)$ en fonction du temps.

Parmi les divers systèmes électromécaniques et électroniques qui effectuent l'intégration d'une tension en fonction du temps, deux d'entre eux, le moteur d'intégration et le convertisseur tension-fréquence, ont retenu notre attention et vont être décrits en détail aux paragraphes suivants.

V-2. INTEGRATION A L'AIDE D'UN MOTEUR

Un intégrateur électromécanique peut être réalisé à l'aide d'un moteur dont la vitesse de rotation est proportionnelle à la tension qui lui est appliquée. Le modèle dont nous avons disposé (référence Birotax type I, de Brion-Leroux) a une vitesse de rotation, entre 300 et 3 000 tours par minute, qui est donnée par la relation :

$$N_{(tr/mn)} = 30.V \quad ,$$

dans laquelle V, exprimée en volt, est la tension appliquée.

Afin de réduire l'influence du couple d'entraînement de la charge, nous avons laissé le moteur tourner à vide, en mesurant sa vitesse de rotation à l'aide d'un dispositif photoélectrique, constitué d'un disque léger percé de 10 trous (figure V.5) qui laissent passer périodiquement un faisceau lumineux.

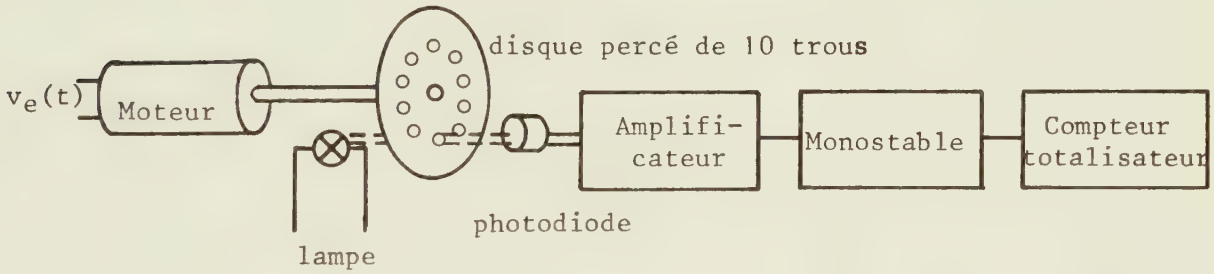


Fig. V.5 - Intégrateur électro-mécanique

Une photodiode transforme chaque impulsion lumineuse en impulsion électrique, qui une fois amplifiée et mise en forme par un monostable est totalisée dans un compteur.

Désignons par N(t) la vitesse de rotation instantanée du moteur, exprimée en tours par seconde à l'instant t. La proportionnalité à la tension $v_e(t)$ s'écrit :

$$N(t)_{(tr.s^{-1})} = \frac{1}{2} \; v_e(t)$$

Le nombre de tours que le moteur effectue pendant un intervalle de temps T est alors :

$$N(T)_{(tr.)} = \frac{1}{2} \int_o^T N(t).dt$$

d'où le nombre d'impulsions comptées :

$$N(T) = 5 \int_o^T v_e(t)\ dt$$

Le compteur d'impulsions ouvert pendant un intervalle T, affiche ainsi, à une constante multiplicative près, le résultat de l'intégrale pendant ce temps de la tension appliquée au moteur.

Il existe cependant un inconvénient, inhérent à la mécanique, qui est le couple de démarrage nécessitant l'application d'une tension de l'ordre du demi-volt pour arriver à vaincre les forces de frottement. Nous nous sommes affranchis de ce seuil en superposant une tension continue de 20 volts, mise en série avec la tension $v_e(t)$, de façon que le moteur tourne en permanence et que sa vitesse de rotation ne soit pas inférieure à 300 tours/minute, minimum nécessaire pour conserver une bonne précision du coefficient de proportionnalité.

A la fin de l'intervalle T, le résultat du compteur est alors :

$$N(T) = 5 \int_o^T \left[v_e(t) + 20\right] dt$$

$$\text{soit} \quad N(T) = 100\ T + 5 \int_o^T v_e(t)\ dt$$

Il subsiste un comptage $N_o(T) = 100\ T$, qu'il suffit de retrancher au comptage total pour obtenir celui dû uniquement à l'intégrale de $v_e(t)$:

$$\int_o^T v_e(t)\ dt = \frac{1}{5} \left[N(T) - N_o(T)\right] \qquad (V.s^{-1})$$

Bien que ce type d'intégrateur nous ait donné satisfaction lors des essais du corrélateur, nous avons préféré mettre au point un système entièrement électronique dont la fiabilité est beaucoup plus grande que celle d'un système mécanique.

V-3. INTEGRATION A L'AIDE D'UN CONVERTISSEUR TENSION-FREQUENCE

V-3-1. Généralités

En utilisant un amplificateur opérationnel selon le schéma de la figure V.6, on obtient un intégrateur qui dérive du filtre passe-bas que nous avons considéré au paragraphe V-1-1. Sa tension de sortie $v_s(t)$ est en fonction du temps :

$$v_s(t) = -\frac{1}{RC}\int_o^t v_e(\tau)\,d\tau = -\frac{1}{RC}S_e t - \frac{1}{RC}\int_o^t Be(\tau)\,d\tau,$$

et à la fin d'un intervalle de temps T on obtient une estimation sans biais de la valeur moyenne de $v_e(t)$:

$$\hat{v}_s(T) = -\frac{1}{RC}\int_o^T v_e(t)\,dt$$

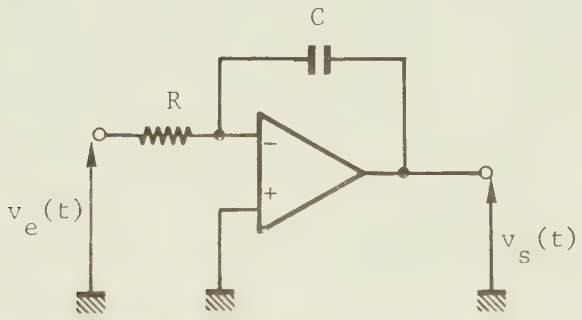


Fig. V.6 - Intégrateur à amplificateur opérationnel

La durée de cette intégration est cependant limitée par la saturation de l'amplificateur opérationnel qui est inévitablement amenée par la croissance de sa tension de sortie en fonction du temps, due au terme $-\frac{1}{RC}S_e t$. Un moyen pour la réduire réside dans l'augmentation de la constante de temps RC, mais, compte tenu de la valeur maximale que l'on peut pratiquement réaliser (paragraphe V-1), nous sommes assez vite arrêtés dans cette voie. Une autre solution consiste alors à décharger la capacité avant que la saturation ne soit atteinte

et à recommencer ensuite l'intégration, puis à répéter cette opération autant de fois qu'il sera nécessaire pendant toute la durée de la mesure. Cette décharge périodique de la capacité est le principe d'un appareil appelé "convertisseur tension-fréquence", dont la variable de sortie n'est plus la tension intégrée $v_s(t)$ mais le nombre de fois par seconde que cette tension atteint une valeur déterminée. Sa fréquence instantanée de sortie est donc régie par la relation :

$$\nu(t) = N_o . v_e(t)$$

dans laquelle N_o est une constante caractéristique du convertisseur, exprimée en hertz par volt.

Cette relation est tout à fait comparable à celle du moteur d'intégration :

$$N_{(t)} = \frac{1}{2} v_e(t)$$

où N(t) est la vitesse instantanée de rotation exprimée en tour par seconde, et l'analogie devient même totale si l'on considère le phénomène "nombre de tours par seconde qu'effectue le rotor du moteur", car N(t) représente alors la fréquence de ce phénomène. D'une façon identique, nous pouvons alors dire que le nombre de fois qu'il y a eu intégration et décharge de la capacité dans un intervalle de temps T est :

$$N_{(T)} = \int_o^T N(t) \, . \, dt$$

d'où

$$\boxed{N_{(T)} = N_o \int_o^T v_e(t) \, dt} \quad ,$$

et ce résultat, qui sera affiché par un compteur d'impulsions, représentera bien l'intégrale de la tension appliquée à l'entrée du convertisseur.

Parmi les nombreuses réalisations commerciales de convertisseurs tension-fréquence que l'on trouve actuellement, le modèle CTF 200 de la firme SAGEM nous a paru être le seul fort bien adapté à notre utilisation, car les autres types n'admettent, pour la plupart, que des tensions d'une seule polarité et ne conviennent pas pour intégrer un signal qui contient un bruit important.

L'analyse de ce convertisseur ainsi que la réalisation du compteur d'impulsions que nous avons dû lui associer vont faire l'objet d'une description détaillée dans les paragraphes suivants.

V-3-2. Description du fonctionnement du convertisseur type CTF 200

Le principe de fonctionnement de ce convertisseur peut être expliqué succinctement à l'aide de son schéma synoptique que nous avons représenté de façon simplifiée à la figure V.7.

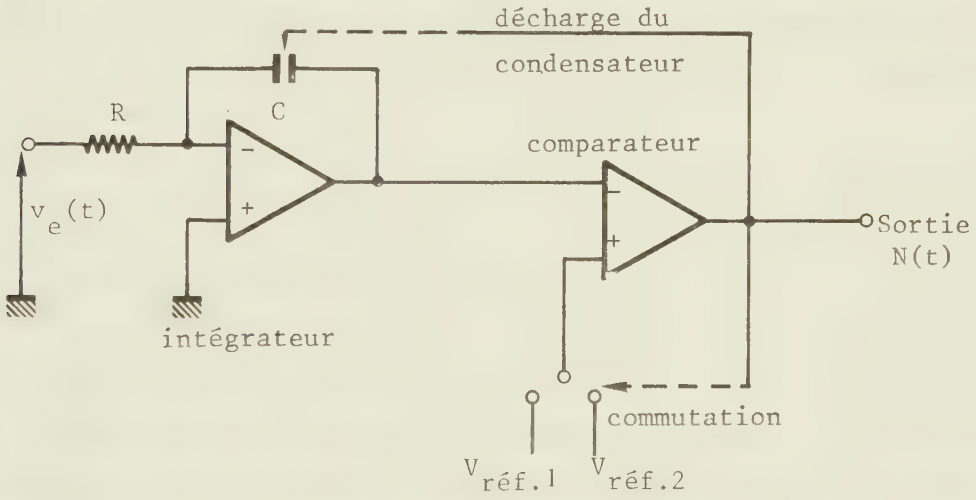


Fig. V.7 - Schéma synoptique simplifié du convertisseur tension-fréquence

Un amplificateur opérationnel d'excellente qualité est utilisé pour intégrer le signal d'entrée $v_e(t)$ comme nous l'avons décrit au paragraphe précédent, mais avec une constante de temps RC très faible.

Le signal de sortie, qui croît alors rapidement, est comparé à une tension de référence $V_{réf.1}$ par un comparateur constitué d'un amplificateur opérationnel utilisé en boucle ouverte, dont la sortie change de niveau lorsque la tension intégrée devient supérieure à la tension de référence (et inversement). Le changement de niveau dû au dépassement de cette tension de référence est utilisé pour commander

la décharge rapide du condensateur d'intégration, avec une constante de temps inférieure à la précédente, et pour commuter en même temps la tension de référence à une deuxième valeur $V_{réf.2}$, inférieure à à $V_{réf.1}$. La tension de sortie de l'intégrateur décroît donc, mais lorsqu'elle devient inférieure à cette deuxième valeur de référence qui est alors appliquée au comparateur, la sortie de celui-ci change de niveau et revient à son état initial, arrêtant de ce fait la décharge du condensateur qui peut intégrer à nouveau la tension d'entrée, et commutant la tension de référence sur la première valeur $V_{réf.1}$.

Si nous appliquons une tension continue pure à l'intégrateur, son signal de sortie sera alors une tension en "dents de scie" (figure V.8), dont la période va dépendre de la pente pendant le temps d'intégration et par conséquent de l'amplitude de la tension appliquée.

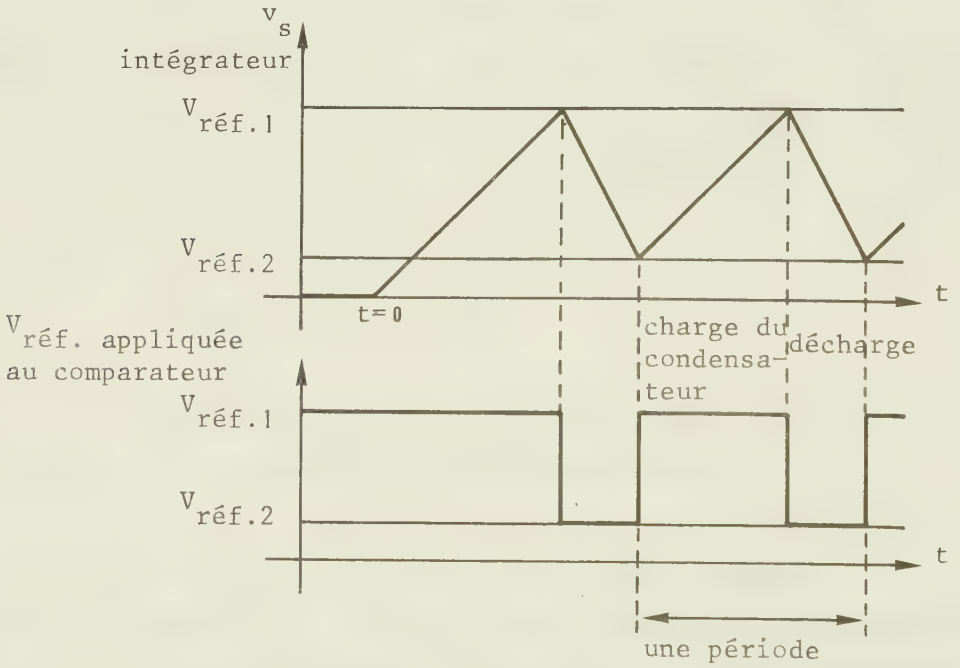


Fig. V.8 - Intégration d'une tension continue.

Le signal de sortie de ce convertisseur est pris à la sortie du comparateur où les signaux ont une forme rectangulaire qui se prête plus facilement à la commande des circuits de commutation et à la mesure de sa fréquence.

Il est cependant nécessaire de disposer de deux comparateurs (figure V.9) et de tensions de références de même valeurs absolues mais de signes opposés pour convertir les tensions intégrées aussi bien positives que négatives.

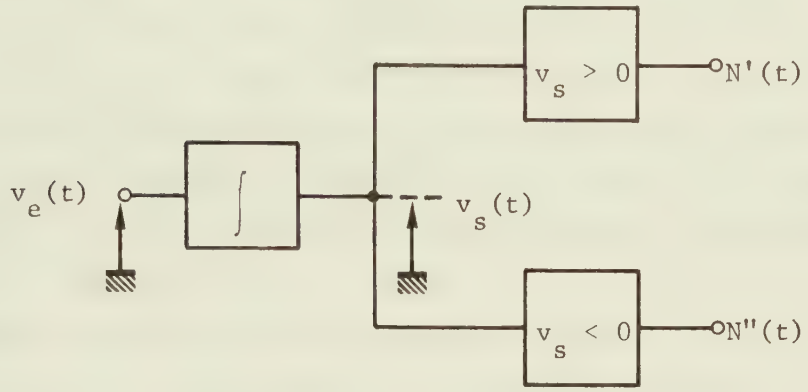


Fig. V.9 - Conversion de tensions bipôlaires

Ainsi, après un intervalle de temps t, le comparateur supérieur, affecté à la conversion en fréquence des valeurs positives du signal $v_s(t)$ à la sortie de l'intégrateur, aura fourni N'(t) impulsions et le comparateur inférieur, affecté à la conversion des valeurs négatives, aura fourni N"(t) impulsions ; il est alors aisé d'en déduire que l'intégrale de la tension appliquée à ce convertisseur pendant le temps t sera représentée par la différence entre les deux comptages N'(t) et N"(t) :

$$N(t) = N'(t) - N"(t)$$

Mais au lieu de faire à la fin de l'intervalle d'intégration cette opération qui nécessite deux compteurs d'impulsions, il nous est beaucoup plus facile de la faire progressivement avec un seul compteur-décompteur, en comptant au fur et à mesure de leur arrivée les impulsions N'(t) et en décomptant celles N"(t), car elles ne peuvent être obtenues au même instant puisqu'elles sont issues de phénomènes qui se succèdent au cours du temps. L'expression de l'intégrale d'un signal appliqué pendant un temps T peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$N(T) = \left(\text{comptage de } N'(t) + \text{décomptage de } N''(t)\right)_{\text{du temps 0 à T}}$$

Le coefficient de conversion fourni par le constructeur est :

$$N_o = 100 \text{ Hz/V}$$

et nous avons effectivement obtenu cette valeur avec une précision inférieure à 0,1 % dans toute la gamme des tensions d'entrée (aussi bien positives que négatives) de 10 mV à 10 V.

V-3-3. Compteur-décompteur associé au convertisseur

Avec une tension maximale admissible de 10 volts et un coefficient de conversion de 100 Hz/V, la capacité du compteur d'impulsions doit être de 10^6 pour une période d'intégration de 1 000 secondes. En fait cette capacité ne sera jamais atteinte, car le signal provenant de la deuxième démodulation synchrone est constitué d'arches de sinusoïdes d'amplitude maximale 10 volts, mais dont la valeur moyenne de $\frac{2}{\pi}$. 10 V, soit environ 6,4 volts, ne produira qu'un comptage de 640 000. Six chiffres significatifs sont donc suffisants pour exprimer le résultat de chaque mesure, et nous avons alors construit cet appareil autour de six décades de comptage-décomptage réalisées en circuits intégrés de technologie TTL (type SN 74192 N), suivant le schéma de la figure V.11.

Chaque décade possède deux entrées comptage (C) et décomptage (D) et deux sorties de transmission de la retenue lors du comptage (Carry C) et du décomptage (Borrow B) ce qui permet très facilement la mise en cascade. Mais ces circuits ne sont pas prévus pour effectuer des opérations autour de zéro en décomptant par exemple ... 2,1,0,-1,-2,... ou en comptant ...-2,-1,0,1,2... car dans le premier cas ils affichent ...2,1,0,999 999, 999 998 ... et pareillement au signe près dans le second.

Nous avons alors résolu ce problème en remarquant que l'opération de décomptage ...2,1,0,-1,-2... est en fait constituée par un décomptage jusqu'à zéro suivi d'un comptage de la valeur ab-

solue avec un changement de signe lors du passage à zéro, et qu'inversement il en est de même avec un comptage ...-2,-1,0,1,2... constitué par un décomptage de la valeur absolue suivi d'un comptage avec changement de signe lors du passage à zéro.

En résumé, lorsque le signe reste positif les opérations de comptage et de décomptage s'effectuent normalement et les entrées correspondantes de la décade des unités sont reliées aux sorties du même nom du convertisseur tension-fréquence ; par contre, lorsque le signal doit être négatif, il faut inverser les liaisons entre les entrées de la décade et les sorties du convertisseur. Nous voyons que cette inversion pourra être commandée par le changement du signe selon le schéma de principe de la figure V.10 et le schéma synoptique détaillé de la figure V.11.

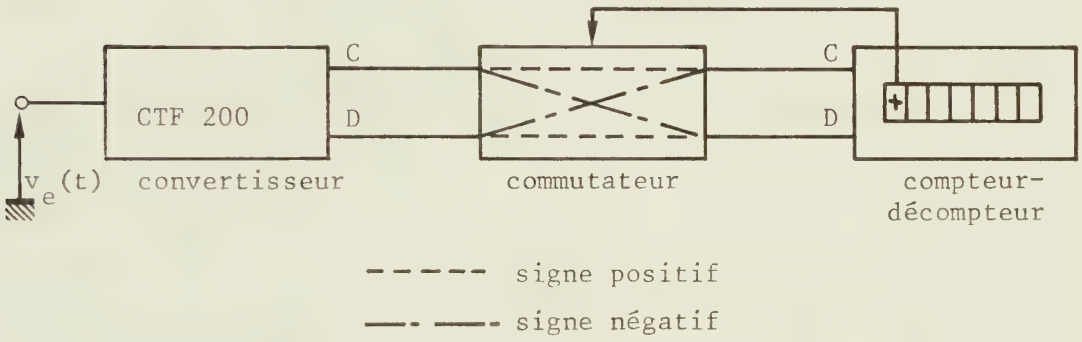


Fig. V.10 - Schéma de principe de l'intégrateur numérique.

La détection du changement de signe est assez facile à concevoir : puisque le compteur indique 999 999 au lieu de - 1, il nous suffit de décoder ce nombre à l'aide de portes logiques, non d'après les sorties elles-mêmes qui nécessitent la détection des digits correspondants 1 et 8 , mais plutôt avec les sorties "Borrow" qui sont toutes au niveau haut lorsque le compteur affiche cette valeur . Ce rôle est dévolu à sept inverseurs et à la porte NAND à huit entrées SN 7430 dont la sortie commande la remise à zéro immédiate de toutes les décades par l'envoi d'une impulsion sur leur entrée "clear". Ceci entraîne tout aussitôt le retour à la position initiale de cette sortie d'où il ne résulte qu'une impulsion de faible largeur, due au temps de propagation dans les circuits intégrés augmenté artificiellement par une petite constante de temps d'un circuit RC de liaison.

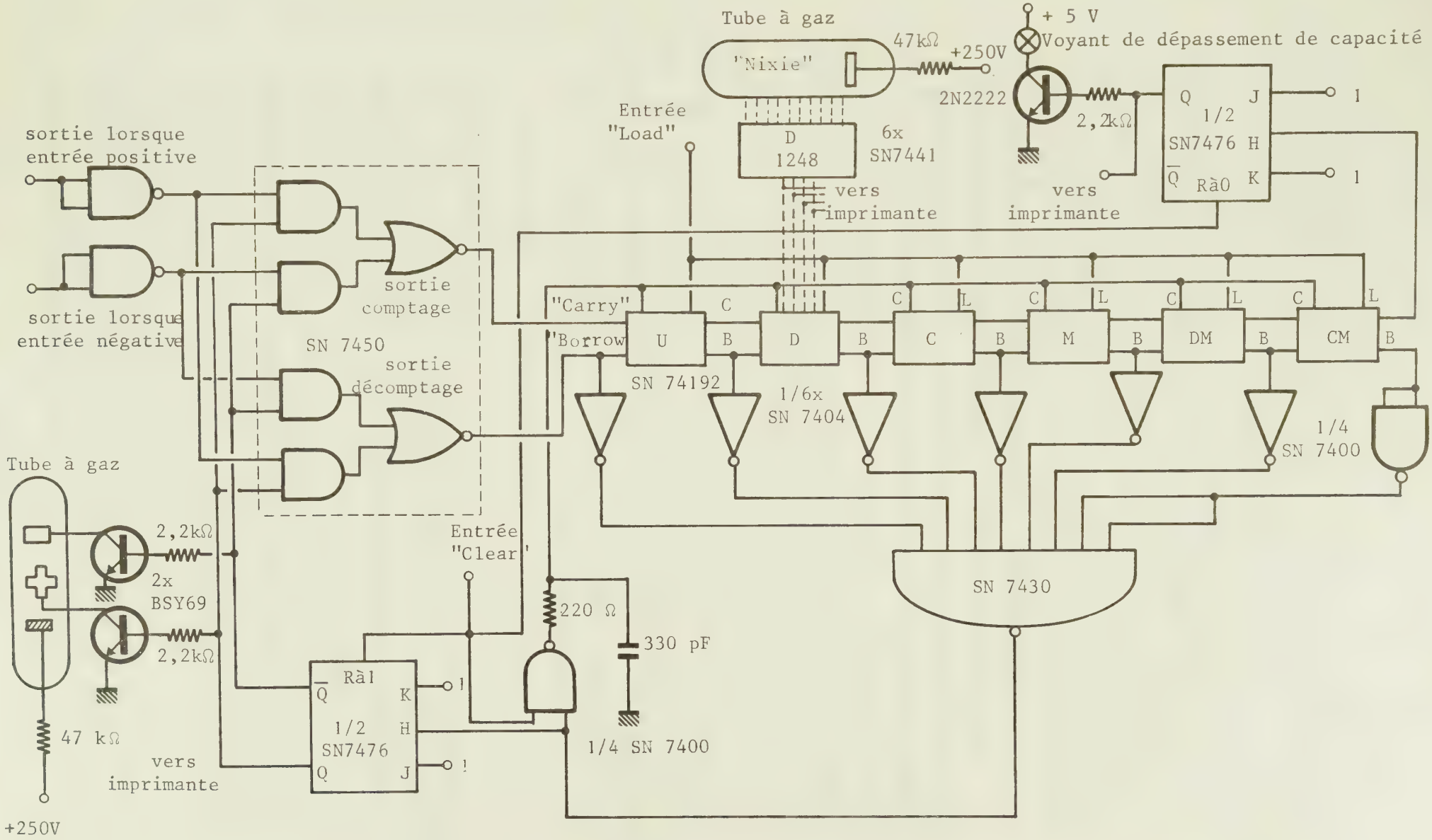


Fig. V.11 – Schéma synoptique de l'intégrateur numérique.

Mais cette impulsion agit aussi sur l'entrée horloge d'une bascule Maître-Esclave de type SN 7476,et provoque le changement d'état des sorties complémentaires Q et $\overline{Q}$ qui commandent l'aiguillage des sorties du convertisseur tension-fréquence vers la première décade, à travers les portes du circuit SN 7450. Cette inversion se fait très peu de temps après l'arrivée de l'impulsion de décomptage par la sortie du convertisseur indiquée "sortie quand intégrale négative", impulsion qui n'est donc par encore terminée, si bien que ce changement de niveau se traduit sur l'entrée comptage de la première décade par une impulsion qui provoque le comptage d'une unité, rattrapant ainsi l'erreur due à la remise à zéro précédente.

Le signe à afficher est alors prélevé sur les sorties complémentaires de la bascule, dont l'état haut (niveau logique d'environ + 3,5 V) commande les cathodes d'un tube à gaz par l'intermédiaire de deux transistors.

Une séquence de décomptage de + 2 à - 2 se détaille donc avec les pas suivants : (nous avons supprimé les zéros non significatifs)

	+ 2	
	+ 1	
	+ 0	
+ 9 9 9 9 9 9	- 0	un seul pas, + 0 et + 999 999 n'apparaissent pas car la transition vers - 1 est très rapide.
	- 1	
	- 2	

En vertu de la symétrie du montage, il est aisé d'imaginer que le fonctionnement est identique lors du passage à zéro dans une séquence de comptage de valeurs négatives vers des valeurs positives.

Divers circuits complètent cet ensemble et sont :

- un indicateur de dépassement de capacité, constitué par une bascule Maître-Esclave SN 7476 dont l'horloge est commandée par la sortie "Carry" de la dernière décade. Il n'est pas spécialement utile dans cette application mais il est un moyen de contrôle supplémentaire du bon fonctionnement du compteur.
- une entrée "Clear", qui au début de toute mesure remet le compteur à zéro, annule l'indication éventuelle du dépassement de capacité et positionne le circuit inverseur SN 7450 sur un fonctionnement de comptage normal,

- une entrée "Load", en position haute pendant une période de 1 000 secondes assure le comptage-décomptage durant ce temps, et a, au niveau bas, une fonction mémoire qui permet de conserver le résultat affiché,
- un affichage permanent du **résultat** sur des tubes à gaz. Ces tubes sont commandés par six circuits SN 7441 qui décodent le signal binaire de chaque décade. Celui-ci est par ailleurs envoyé, ainsi que ceux des signes et du dépassement de capacité, vers une imprimante qui nous évite l'attente et le relevé fastidieux de résultats qui n'apparaissent que toutes les vingt minutes (figure V.12). Cette imprimante est commandée, de même que le compteur-décompteur, par un générateur de séquences qui sera décrit au chapitre suivant.

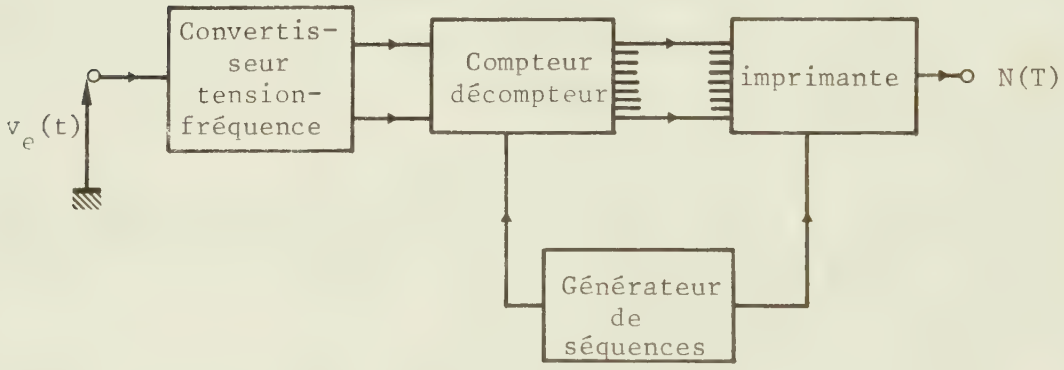


Fig. V.12 - Enregistrement des résultats.

C H A P I T R E S I X

BASE DE TEMPS; SYSTEME SEQUENTIEL DE MESURE

VI - 1. SCHEMA SYNOPTIQUE.

Au cours des chapitres précédents, nous avons utilisé des signaux aux caractéristiques précises, dont la fréquence et la forme rectangulaire et symétrique doivent être bien définies. Tous les signaux de modulation, ainsi que les divers signaux des séquences de mesure, ont été obtenus à partir d'un oscillateur de référence à la fréquence de 10 kHz, selon le schéma synoptique de la figure VI-1.

Faisant suite à l'oscillateur nous trouvons les deux diviseurs par 2 qui fournissent les signaux à 5 kHz de la première modulation; puis une série de quatre diviseurs par 10 permet d'obtenir une fréquence de 1 Hz dont la division par 2 fournit les signaux de la deuxième modulation. Deux décades supplémentaires créent ensuite la fréquence de 0,01 Hz dont la période de 100 secondes est à la base de la formation de toutes les séquences de mesure, d'enregistrement des informations, etc... Le temps d'intégration de 1000 secondes peut être en effet facilement obtenu après division par 10 de cette fréquence, et nous avons d'autre part pensé qu'il serait agréable d'avoir exactement trois mesures effectuées au cours d'une heure, en donnant à la période intermédiaire d'enregistrement des résultats la valeur de 200 secondes, de façon à porter à vingt minutes le temps du cycle complet d'une mesure.

Nous avons également fait suivre ce générateur de séquences d'un système qui commute périodiquement, toutes les six mesures, les entrées du corrélateur sur la sortie d'un générateur de haute stabilité, pour effectuer un contrôle du gain par une mesure en autocorrélation. Il nous est apparu en effet nécessaire de connaître l'évolution à court terme du gain total de l'ensemble des divers étages, afin d'attribuer avec le maximum de certitude toute variation dans les résultats obtenus pendant une période d'intégration très longue, soit à une modification des caractéristiques du corrélateur, soit à celle des paramètres des signaux provenant de l'expérience étudiée.

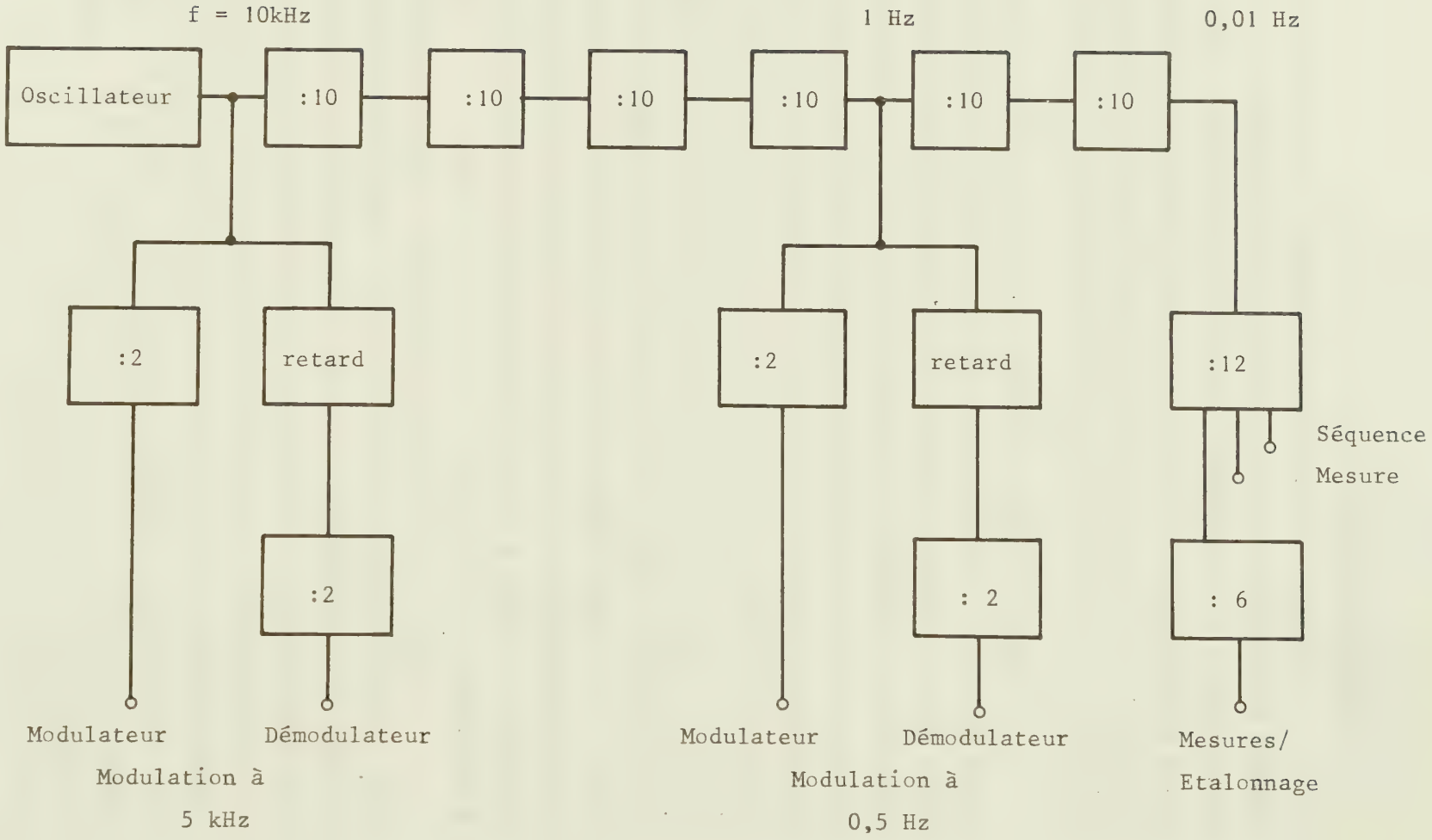


Figure VI.1 - Oscillateur et division de fréquence

VI - 2. OSCILLATEUR ET DIVISEURS DE FREQUENCE.

Pour obtenir la fréquence de 10 kHz, nous disposons d'un résonateur à diapason entretenu électriquement à l'aide de deux bobinages, que nous avons inséré dans la boucle de réaction d'un oscillateur à transistor (Fig. VI-2).

Le signal prélevé sur le collecteur de ce transistor n'a pas cependant une forme suffisamment rectangulaire avec des fronts de montée et de descente rapides et nous l'avons fortement amplifié par un autre transistor afin de les réduire. Un troisième transistor est monté en collecteur commun et distribue ce signal d'horloge sous une très faible impédance jusqu'aux autres circuits.

Les diviseurs de fréquence par 10 sont réalisés avec des décades en circuits intégrés de type SN 7490; ils sont cablés, suivant les spécifications du constructeur, en "diviseurs par 2 fois 5" afin de fournir des signaux rectangulaires de rapport cyclique unité.

VI - 3. BISTABLES DE COMMANDE DES MODULATEURS ET DEMODULATEURS.

VI - 3 - 1. Bistables et amplificateurs de commande de la modulation à 5 kHz.

Nous les avons réalisés avec des éléments discrets à cause, d'une part du courant important qui doit passer dans les diodes du modulateur en anneau (voir paragraphe IV-1-1) et d'autre part de l'amplitude élevée de la tension de commandes des grilles du démodulateur à transistors à effet de champ (paragraphe IV-1-2). Chacun des deux bistables possède à l'entrée un transistor (monté en émetteur commun) qui isole le circuit de différentiation commandant le basculement, du reste du réseau de l'oscillateur. Les deux schémas sont à peu près identiques, la seule différence réside dans leur étage de sortie (figure VI-3).

VI - 3 - 2. Bistables et amplificateurs de commande de la modulation à 0,5 Hz.

Le circuit de commande de la commutation des relais que nous avons utilisés pour cette modulation (voir paragraphe IV-2 : relais de modulation et de démodulation) est beaucoup plus simple que celui de la

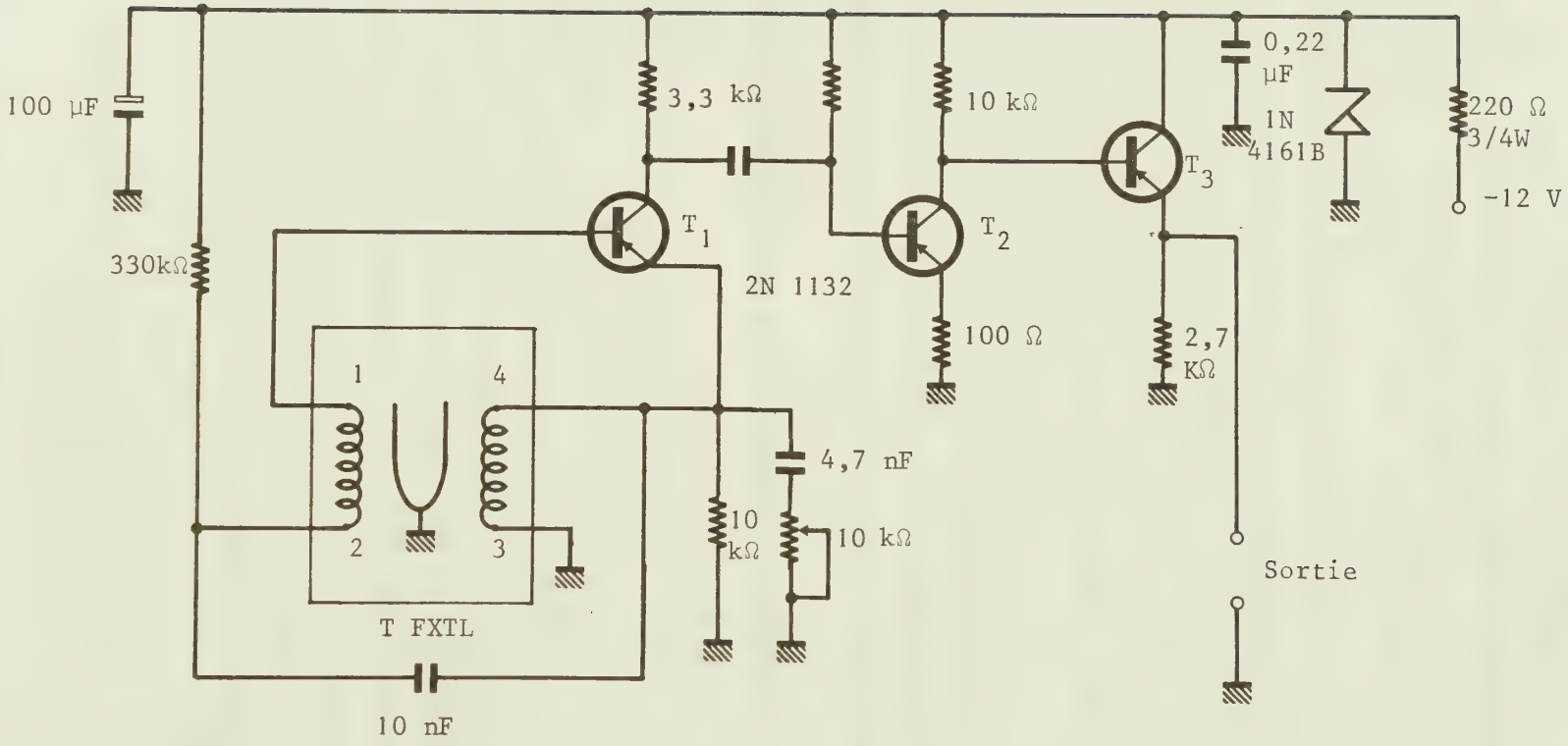


Fig. VI.2 - Oscillateur et mise en forme du signal.

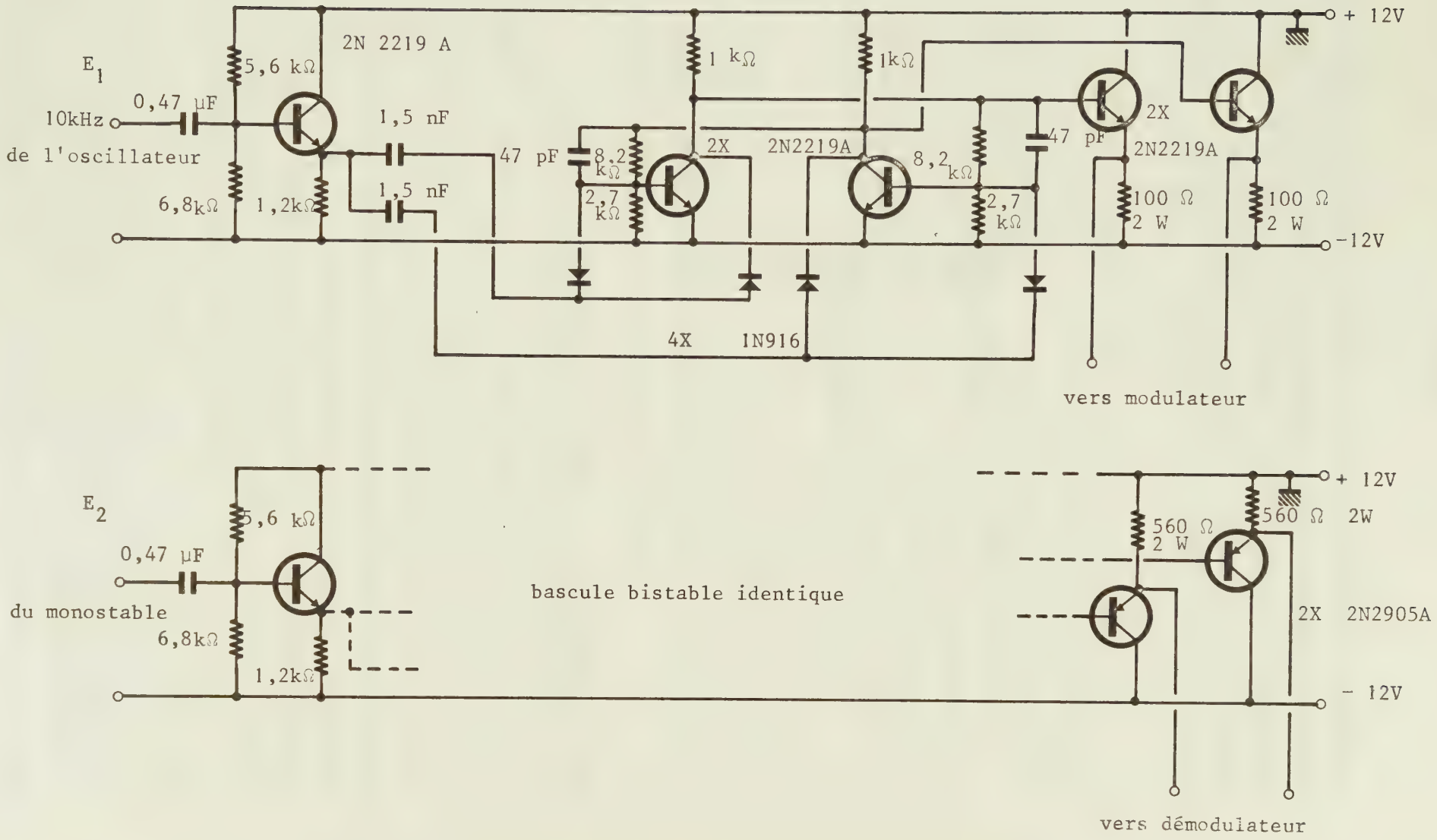


Fig. VI.3 - Circuits de commande de la modulation à 5 kHz

modulation précédente puisqu'il ne nécessite qu'un seul transistor dont on assure la saturation ou le blocage. Nous avons alors constitué les deux bistables, diviseurs de fréquence par 2, à l'aide d'un circuit intégré SN 7476 qui contient deux bascules Maître-Esclave dont les entrées horloge (H) sont commandées par le signal à 1 Hz de la base de temps (fig. VI-4).

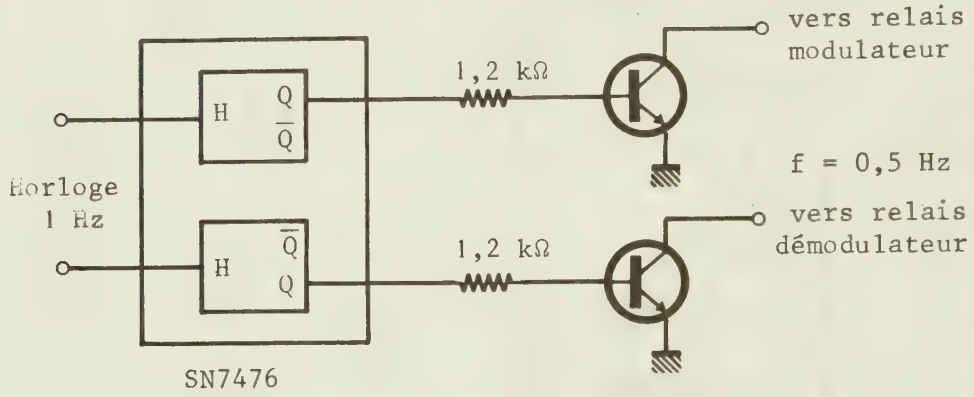


Fig. VI.4 - Circuits de commande de la modulation à 0,5 Hz

VI - 4. GENERATEUR DES SEQUENCES DE CHAQUE CYCLE DE MESURE.

Pour obtenir les périodes de mesure pendant 1000 secondes et d'enregistrement et de visualisation des résultats pendant 200 secondes à partir de 12 périodes de 100 secondes de la base de temps, nous avons utilisé un circuit intégré SN 7492 qui est un diviseur par 12 dont les quatre sorties ABCD (figure VI-5) représentent les nombres décimaux de 0 à 11 avec un codage binaire. Nous avons alors décodé le chiffre 0 par une porte Nand à quatre entrées (1/2 de SN 7429), qui commande par l'entrée K d'une bascule Maître-esclave (1/2 de SN 7476) la mise à zéro de sa sortie Q sur le front descendant d'une impulsion de l'horloge à 100 secondes.

Le décodage du chiffre 2 à l'aide d'un inverseur et d'une deuxième porte Nand à quatre entrées, commande par l'entrée J de la bascule Maître-Esclave la mise à 1 de sa sortie Q sur le front descendant d'une impulsion de la base de temps, et permet d'obtenir ainsi sur

cette sortie la période 200 secondes. Celle de 1000 secondes résulte alors de la différence de temps avec le début de la séquence suivante puisque le diviseur par 12 va revenir au zéro 1200 secondes après son premier passage. C'est cette sortie Q qui est utilisée pour commander l'entrée "Load" du compteur - décompteur associé au convertisseur tension-fréquence (paragraphe V-3-3).

L'enregistrement des résultats est commandé par la transition positive du signal sur l'entrée J, mais en tenant toutefois compte, à l'aide d'une porte Nand, de l'état de la sortie Q d'une bascule Set-Reset qui sert à interdire cet enregistrement lorsque l'on a remis à zéro manuellement le cycle de la séquence commencée. Pour cela, l'entrée Reset est mise à zéro par la commande d'un bouton poussoir et l'entrée Set l'est à son tour par le passage à l'état 1 de la sortie $\overline{Q}$ de la bascule Maître-Esclave lors du début de la période d'intégration.

La remise à zéro des décades du compteur-décompteur n'est effectuée (entrée "clear" de la figure VI-5) qu'après qu'ait eu lieu l'enregistrement de leur contenu; il suffit pour cela de sélectionner avec une porte Nand l'impulsion d'horloge de 50 secondes pendant que l'entrée J de la bascule Maître-esclave est à l'état 1.

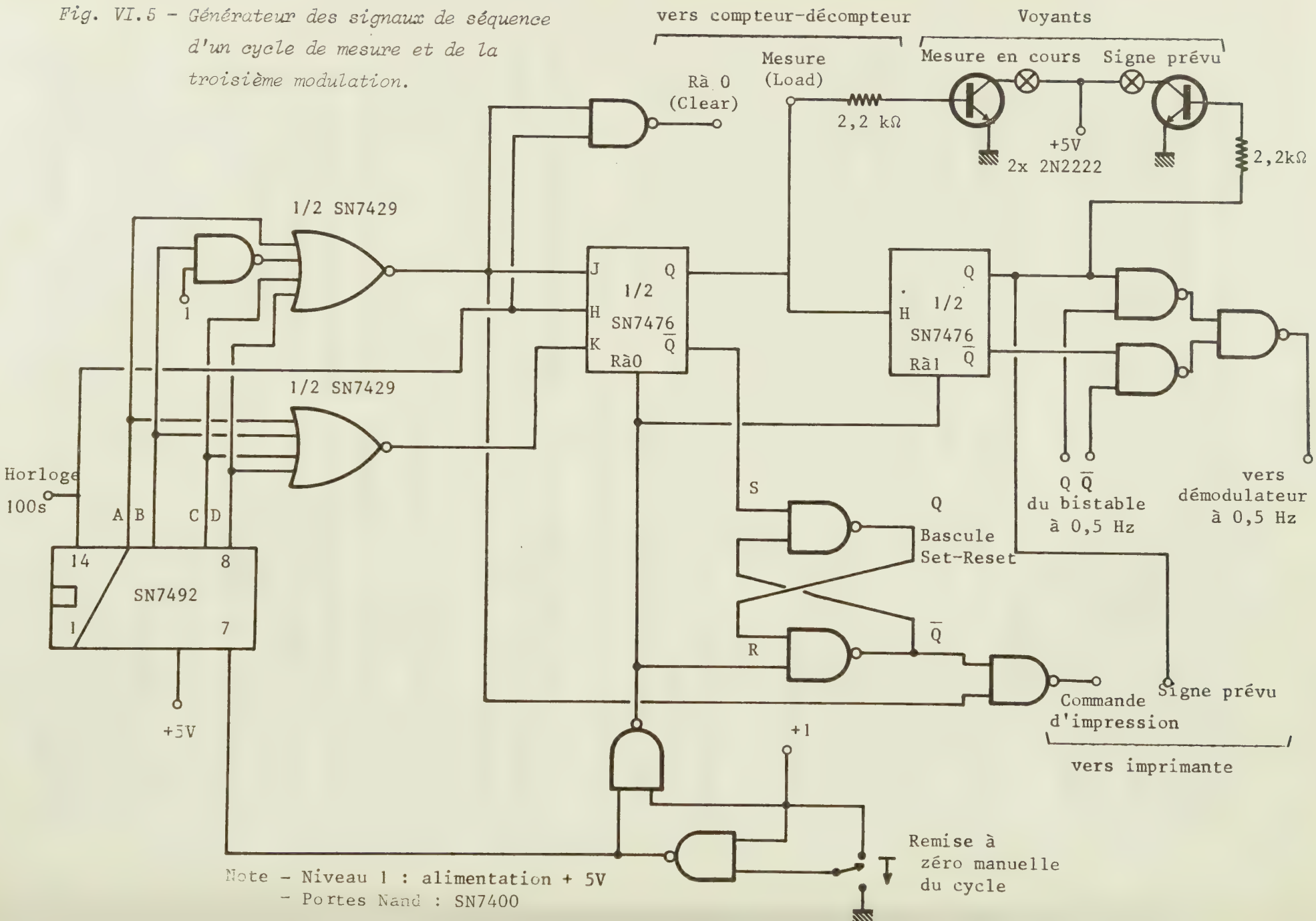
Nous avons représenté à la figure VI-6 l'évolution des divers signaux qui constituent la séquence d'un cycle complet de mesure, après avoir effectué une remise à zéro manuelle pendant un cycle précédent.

VI- 5. INTRODUCTION D'UNE TROISIEME MODULATION.

Au cours du second chapitre, nous avons montré que l'introduction de deux modulations annulait les termes parasites de la multiplication et rendait le fonctionnement du corrélateur pratiquement parfait, tout au moins pour la partie étudiée, c'est-à-dire des entrées jusqu'à la sortie de la deuxième démodulation synchrone.

Il faut en effet considérer que le signal continu qui en résulte est ensuite traité par un convertisseur tension fréquence dont la précision est limitée : il peut très bien posséder un léger décalage de ses tensions de références, avoir un amplificateur opérationnel dont le réglage du zéro a varié, etc... Tous ces défauts vont se traduire par un

Fig. VI.5 - Générateur des signaux de séquence d'un cycle de mesure et de la troisième modulation.



Note - Niveau 1 : alimentation + 5V
- Portes Nand : SN7400

comptage C_o parasite, à peu près constant d'une mesure à une autre.

Supposons alors qu'au cours d'une manipulation nous obtenions un comptage C'. Il sera en réalité composé d'un comptage C dû uniquement à l'expérience étudiée et du comptage C_o dû à l'intégrateur. Il s'en suit alors que :

$$C' = C + C_o$$

Supposons maintenant que l'on change le signe du gain de l'amplification globale du corrélateur; nous avons dans ce cas un comptage C", et si C_o n'a pas varié depuis la mesure précédente :

$$C'' = - C + C_o$$

Il paraît alors évident d'exprimer le comptage recherché à l'aide des résultats des deux mesures précédentes:

$$C = \frac{C' - C''}{2}$$

et d'éliminer ainsi l'influence du comptage parasite C_o.

Ce même raisonnement peut être fait avec n mesures C' et n autres mesures C", en intercalant les mesures C' et les mesures C", et le changement périodique du signe du gain du corrélateur que nous sommes amené à faire est équivalent à une troisième modulation, extrêmement lente puisque la demi-période est de 1200 secondes. Nous l'avons réalisée très simplement en inversant le signe relatif des signaux d'un modulateur et d'un démodulateur : en fonctionnement normal, les signaux de commande de la modulation à 0,5 Hz sont par exemple tous les deux à l'état 1, puis tous les deux à l'état 0, etc..., et la composante continue du signal appliqué à l'intégrateur a un signe déterminé; si nous inversons l'état de l'un d'entre eux, cela revient à inverser le signe de la composante continue et par conséquent celui du résultat de l'intégrateur.

Nous avons introduit pour cela une deuxième bascule Maître-esclave (fig. VI-5) dont l'entrée horloge (H) est commandée par le cycle de la sortie Q de la première bascule Maître-esclave. Ses deux sorties Q et $\overline{Q}$ agissent alors sur un commutateur de voie réalisé à l'aide de

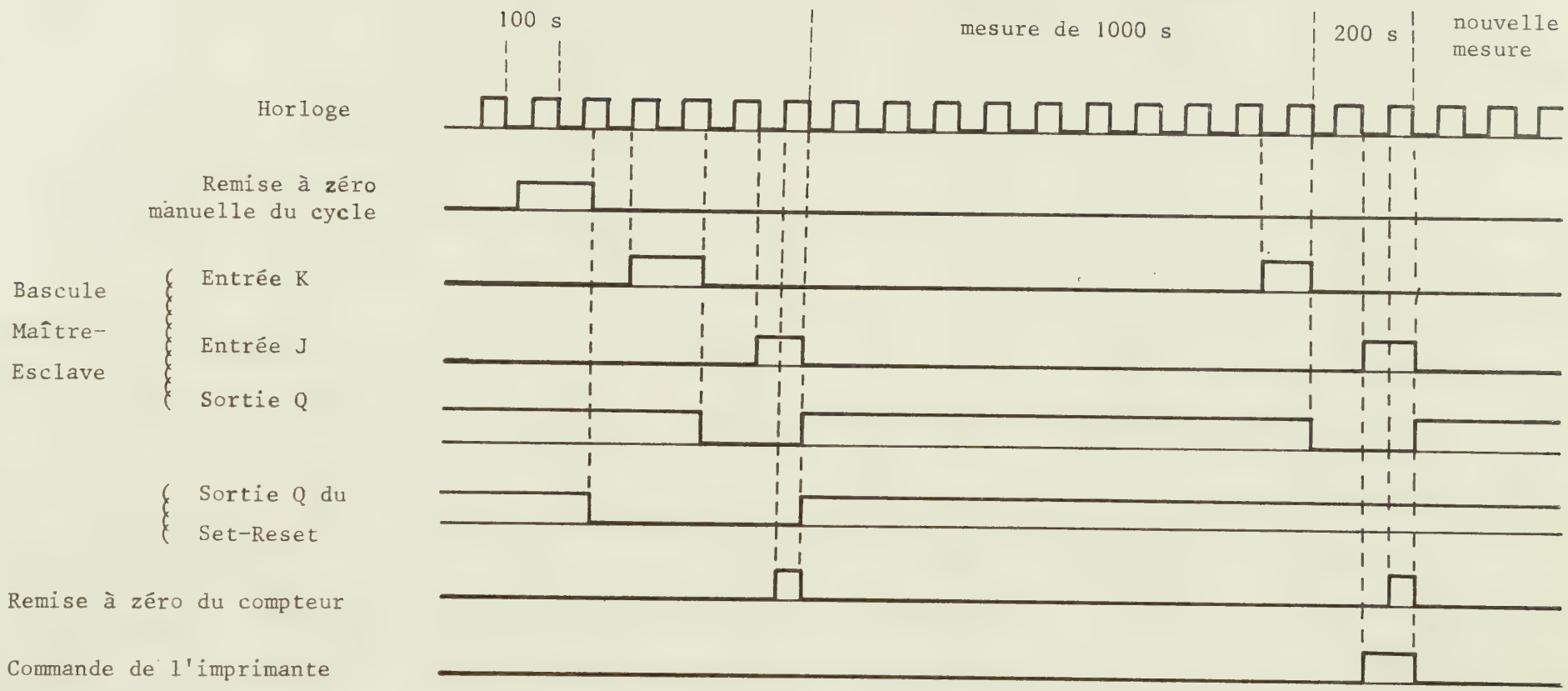


Fig. VI.6 - Evolution des signaux après une remise à zéro manuelle pendant une mesure.

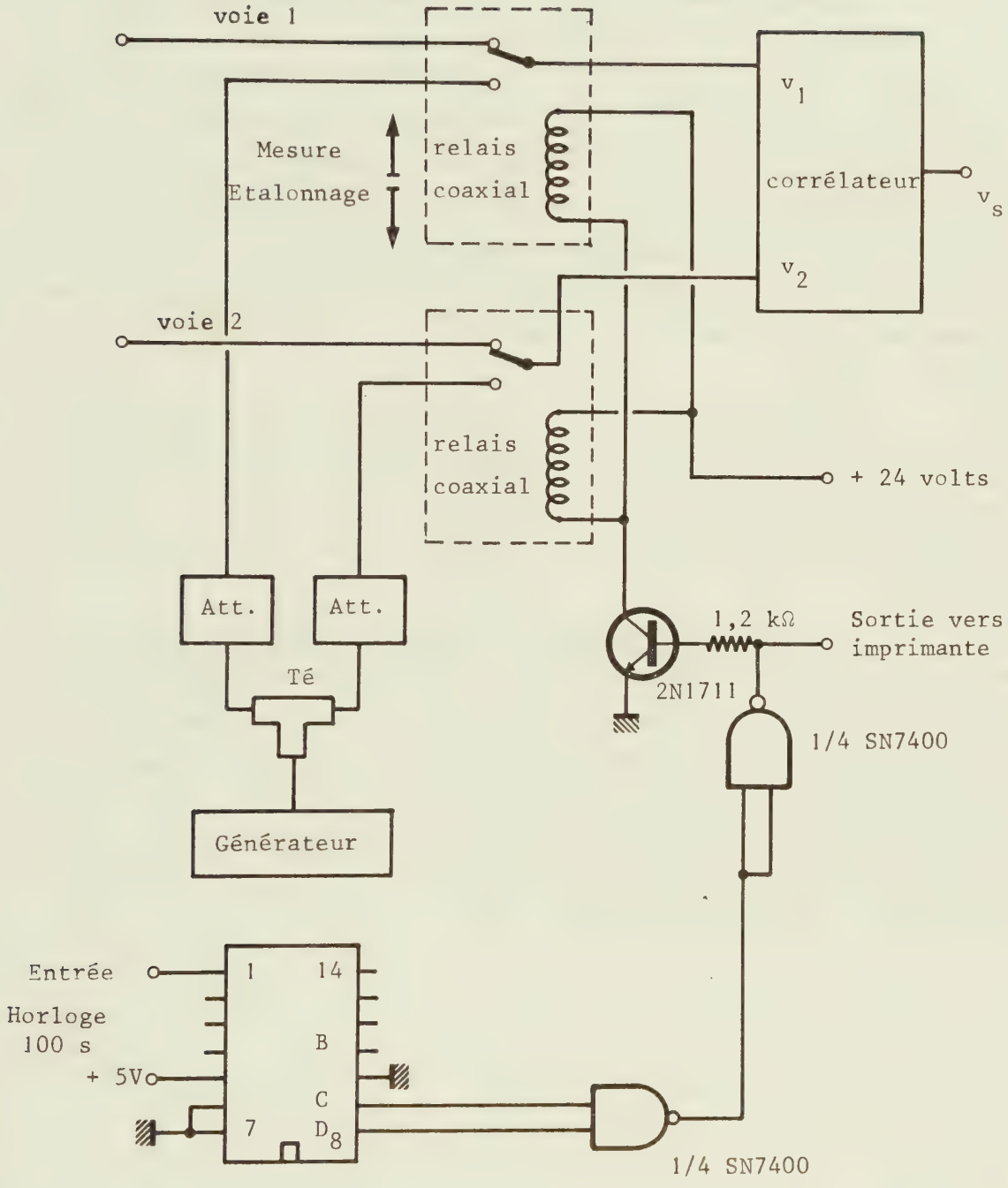


Fig. VI.7 - Générateur et commande des séquences d'étalonnage

trois portes Nand qui sélectionnent ainsi soit la sortie Q, soit la sortie $\overline{Q}$ du bistable de commande du démodulateur à 0,5 Hz. Nous avons aussi adjoint à ce système un voyant de contrôle qui s'allume lorsque la sortie Q de la précédente bascule Maître-esclave est à l'état 1, nous indiquant ainsi que le signe prévu du signal intégré doit être positif, car les modulations et les amplificateurs conférent alors sur cette position un gain positif au corrélateur. Ce renseignement devient particulièrement précieux lorsque le signal à intégrer est "noyé" dans un bruit important et que la progression du résultat du compteur n'est pas décisive pour nous permettre de détecter la présence de la composante continue, et pour cette raison nous avons enregistré ce signe prévu, en même temps que le résultat du compteur.

La partie diviseur par 6 du circuit intégré SN 7492 et une porte NAND nous permettent d'obtenir un créneau de 1200 secondes tous les 6 appliqués à l'entrée du diviseur et de commander par l'intermédiaire d'un transistor la commutation de deux relais coaxiaux.

Les deux voies 1 et 2 du corrélateur sont alors périodiquement reliées vers l'expérience étudiée pendant cinq cycles de mesures (en intercorrélation ou bien en autocorrélation, indifféremment), puis, pendant une mesure en autocorrélation, vers un générateur sinusoïdal de haute stabilité (synthétiseur de fréquence). Afin de distinguer les résultats de ces périodes de mesures, nous avons inscrit, à l'aide du signal logique précédent, un signe particulier sur la feuille d'enregistrement lors de chaque étalonnage.

C H A P I T R E S E P T

REALISATION PRATIQUE

ET MESURES

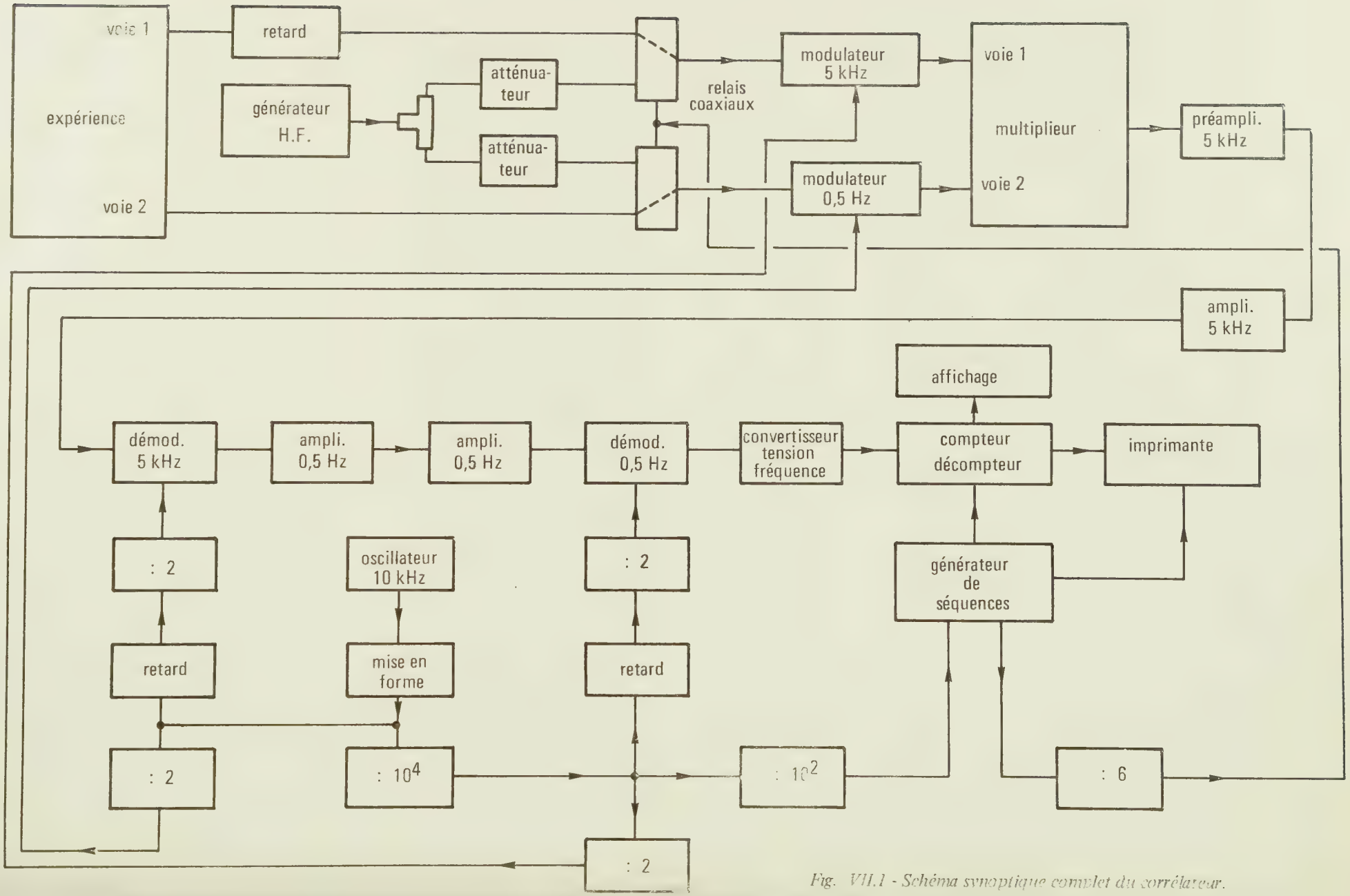


Fig. VII.1 - Schéma synoptique complet du corrélateur.

VII-1. SCHEMA SYNOPTIQUE COMPLET DU CORRELATEUR

Nous avons représenté à la figure VII.1 le schéma synoptique complet du corrélateur, dont les différentes fonctions de chaque partie ont été décrites au cours des paragraphes précédents.

VII-2. REALISATION PRATIQUE

VII-2-1. Multiplieur et modulateur

Lors de la réalisation du multiplieur à transistors à effet de champ, nous avons utilisé les techniques employées aux très hautes fréquences, avec un cablage court et compact. Nous avons monté en particulier les transistors le plus près possible des sorties du secondaire du transformateur à large bande, de façon à diminuer le plus possible les selfs parasites des fils de connexion. Les impédances d'entrée de chaque voie, mesurées avec un impédancemètre 4815 A Hewlett-Packard, sont ainsi égales à 50 Ω dans toute la gamme de 0,1 à 100 MHz, avec un déphasage entre les parties réelle et imaginaire qui n'excède pas 3° à 100 MHz.

La construction des deux modulateurs à 5 kHz et à 0,5 Hz n'a guère présenté de difficulté. Pour le premier, nous avons choisi le pont de diodes PTF 8 (Texas Instruments) dont les temps de commutation et l'apairage des diodes sont excellents.

VII-2-2. Amplificateurs et démodulateurs

Le gain élevé et la grande sensibilité qui en résulte nous ont amené à résoudre un certain nombre de difficultés, dont certaines d'entre-elles sont spécifiques au fonctionnement particulier de cet appareil en corrélateur.

Si nous n'avions utilisé qu'une seule modulation, l'obtention d'un gain d'une valeur aussi élevée que 10^{10} eut été certainement fort délicate. La présence d'une double modulation à deux fréquences bien différentes la simplifie fortement, car les problèmes deviennent analogues à ceux rencontrés dans les radio-récepteurs où le changement de fréquence favorise une importante amplification (*) en éliminant la tendance aux oscillations parasites.

Nous avons dû placer le préamplificateur à 5 kHz dans un blindage en Mumétal pour que les champs électromagnétiques extérieurs ne viennent pas perturber le fonctionnement de cet étage, le plus sensible de tous aux inductions parasites à cause de la très haute impédance du circuit secondaire du transformateur.

L'amplificateur à réseau sélectif en double T, ainsi que toutes les autres parties qui fonctionnent à 5 kHz ont été également placées dans des blindages de fer doux, car à cette basse fréquence, les champs magnétiques rayonnés par les fils de liaison ont des effets prépondérants sur ceux des champs électriques.

La réalisation des démodulateurs et des amplificateurs à 0,5 Hz a été par contre moins délicate, et ne nous a pas posé de problème.

De façon générale, les interconnexions ont été particulièrement soignées et la répartition des points de masse effectuée judicieusement pour éviter tout couplage parasite entre amplificateur [37]. Pour la même raison, nous avons transmis tous les signaux avec du cable bibilaire blindé, de façon à ne pas créer ni capter d'inductions.

VII-2-3. - Circuits logiques. Alimentations continues stabilisées.

Les temps de commutation très courts et la faible immunité aux parasites des circuits logiques de technologie T. T. L. que

---

(*) On peut considérer en effet que la démodulation synchrone effectue la transposition d'une partie d'un spectre de fréquence, de la même façon que le fait un changement de fréquence mais sans que les signaux de la porteuse et de l'oscillateur local soient synchronisés.

nous avons utilisés, nous ont amené à faire un cablage compact sur circuits imprimés et à adopter des liaisons semblables à celles utilisées pour les amplificateurs.

Nous avons construit une alimentation continue stabilisée pour chaque partie du corrélateur afin de ne pas créer de retour commun de courant. Chacune d'entre-elles a été très fortement découplée au niveau du circuit imprimé de l'étage correspondant.

VII-2-4. Inconvénients dus aux émetteurs à modulation de fréquence

Le gain du corrélateur étant de 10^{10}, il suffit d'un signal sinusoïdal de 10 µV sur chaque entrée pour obtenir un volt en sortie, et avec 30 µV la dynamique du dernier amplificateur opérationnel est atteinte et il se trouve pratiquement saturé.

Cette grande sensibilité dans une très large gamme de fréquence nous a posé un problème délicat qui a été très difficile à résoudre. Lorsque deux cables coaxiaux, fermés sur leur impédance caractéristique de 50 Ω, étaient branchés sur les deux entrées du corrélateur, alors qu'aucun signal n'était appliqué, nous détections une importante corrélation en sortie. Celle-ci dépendait non seulement de la longueur des cables mais aussi de leur position et de la forme qu'on leur donnait. Un enregistrement de ce phénomène curieux nous a cependant montré qu'il cessait entre 0 heure et 7 heures du matin environ, mais après une brève recherche, les laboratoires voisins n'ont pu être mis en cause.

Ce n'est alors qu'avec l'aide d'un analyseur de spectre extrêmement sensible (type 8853 L Hewlett-Packard) que nous avons pu l'élucider. En branchant à son entrée (adaptée à 50 Ω) un cable coaxial terminé par une charge de 50 Ω : alors qu'il ne devait théoriquement rien apparaître, nous avons décelé la présence du spectre des trois émetteurs à modulation de fréquence de l'O. R. T. F., dans la bande de 90 à 100 MHz. Leur amplitude variait d'une à plusieurs dizaines de microvolts suivant la position, la forme et la longueur du cable à l'entrée de l'appareil. Le signal provenait donc d'un blindage inéfficace du conducteur central des cables coaxiaux, et était suffisant pour provoquer les phénomènes décrits.

Pour éliminer ces signaux parasites nous avons blindé les cables coaxiaux par une tresse de cuivre de forte épaisseur, de façon à augmenter l'atténuation du conducteur extérieur en réalisant une sorte de second cable coaxial.

La vérification de l'élimination complète de ce phénomène a été faite lors d'une mesure en intercorrélation de très longue durée qui sera décrite au paragraphe VII.5.

VII-2-5. - Obtention du retard

Nous avons obtenu les diverses valeurs du retard θ nécessaires au tracé des courbes de corrélation, en introduisant en série sur l'une ou l'autre des voies du corrélateur des cables coaxiaux de longueur ℓ, proportionnelle à ce retard suivant la relation :

$$\ell = c \quad \theta \quad ,$$

dans laquelle c est la célérité des ondes électromagnétiques dans le diélectrique du cable.

Pour le cable coaxial de type KX3 (impédance caractéristique 50 Ω) que nous avons utilisé, le retard introduit est ainsi de 5 ns par mètre.

VII-3. - ANALYSE DES MESURES

VII-3-1. - Expressions théoriques de la précision sur une mesure.

VII-3-1-1. - Fonction d'intercorrélation

Nous avons défini, au paragraphe I-5-1., la fonction d'intercorrélation théorique entre les signaux $v_1(t)$ de la voie 1 et $v_2(t-\theta)$ de la voie 2 retardée de θ par :

$$C_{12}(\theta) = \overline{v_1(t) \cdot v_2(t-\theta)}$$

Un corrélateur ne nous permet en fait que d'exprimer une estimation de cette valeur en faisant une intégration pendant un intervalle de temps T :

$$\hat{C}_{12}(\theta) = \frac{1}{T} \int_0^T v_1(t) \cdot v_2(t-\theta)\, dt$$

Nous ne pouvons pas évaluer expérimentalement la précision sur une seule mesure, car il n'est évidemment pas possible de chiffrer la dispersion du résultat. Par contre, il est possible de la calculer si l'on connaît les fonctions théoriques d'autocorrélation et intercorrélation. Avec un temps d'intégration assez grand (supérieur au retard θ pour lequel ces fonctions sont devenues très inférieures à leurs valeurs maximales), la variance, égale au carré de l'erreur, définit la précision par la relation (27) :

$$\text{Var}\left(\hat{C}_{12}(\theta)\right) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(C_{11}(\xi) \cdot C_{22}(\xi) + C_{12}^2(\xi+\theta)\right) d\xi$$

En fait ces fonctions théoriques ne sont que très rarement connues, car elles apparaissent difficiles à déduire des divers paramètres d'une expérience. Le calcul de cette variance ne peut donc se faire qu'avec la connaissance des valeurs expérimentales de ces fonctions (voir plus loin au paragraphe VII-3-2.).

Pour les faibles taux de corrélation auxquels nous nous intéressons, cette formule se simplifie car :

$$C_{12}(\xi+\theta) \ll C_{11}(\xi) \text{ et à } C_{22}(\xi) \quad ,$$

d'où il s'en suit que :

$$\text{Var}\left[\hat{C}_{12}(\theta)\right] \# \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[C_{11}^2(\xi) + C_{22}^2(\xi)\right] d\xi \quad ,$$

et nous remarquons que cette précision est indépendante du retard θ.

Par contre, l'erreur relative :

$$\varepsilon_{12}(\theta) = \frac{\sqrt{\text{Var}\left[\hat{C}_{12}(\theta)\right]}}{\hat{C}_{12}(\theta)}$$

augmente avec le retard car la fonction d'intercorrélation $C_{12}(\theta)$ tend vers zéro.

VII-3-1-2. - Fonction d'autocorrélation

Nous ne traiterons que le cas de la voie 1, puisqu'il suffit de remplacer les indices 1 par les indices 2 pour obtenir les formules relatives à l'autre voie.

La fonction d'autocorrélation théorique est définie par :

$$C_{11}(\theta) = \overline{v_1(t) \cdot v_1(t-\theta)}$$

Avec un corrélateur, nous ne pouvons qu'en obtenir une estimation en faisant une mesure pendant un intervalle de temps T :

$$\hat{C}_{11}(\theta) = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} v_1(t) \cdot v_1(t-\theta)\, dt$$

La précision s'exprime par une formule identique à celle du paragraphe précédent :

$$\text{Var}\left[\hat{C}_{11}(\theta)\right] = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[C_{11}^2(\xi) + C_{11}^2(\xi+\theta)\right] d\xi$$

Mais elle dépend très fortement du retard ; ainsi pour $\theta = 0$ nous avons :

$$\text{Var}\left[\hat{C}_{11}(o)\right] = \frac{2}{T}\int_{-\infty}^{+\infty} C_{11}^2(\xi)\, d\xi$$

et pour θ très grand, de façon que $C_{11}(\theta)$ soit très petit :

$$\text{Var}\left[\hat{C}_{11}(\theta)\right] \# \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty} C_{11}^2(\xi)\, d\xi \ .$$

Mais, quelle que soit la valeur de ce retard, cette erreur est tout à fait comparable à celle obtenue sur une mesure en intercorrélation, car $C_{22}(\theta)$ a en général le même ordre de grandeur que $C_{11}(\theta)$. Or l'erreur relative est ici :

$$\varepsilon_{11}(\theta) = \frac{\sqrt{\text{Var}\left[\hat{C}_{11}(\theta)\right]}}{\hat{C}_{11}(\theta)}$$

et avec $\hat{C}_{11}(\theta) >> \hat{C}_{12}(\theta)$, on en conclut que :

$$\varepsilon_{11}(\theta) << \varepsilon_{12}(\theta)$$

Une mesure en autocorrélation est beaucoup plus précise qu'une mesure en intercorrélation effectuée pendant le même temps.

Cette remarque nous permet alors de remplacer les fonctions théoriques d'autocorrélation qui entrent dans les relations du paragraphe précédent, par les fonctions déterminées expérimentalement avec une bonne précision en intégrant sur un intervalle de temps suffisamment grand.

VII-3-1-3. Taux de corrélation

L'expression théorique du taux de corrélation est :

$$\rho(\theta) = \frac{C_{12}(\theta)}{\sqrt{C_{11}(o) \cdot C_{22}(o)}}$$

Il ne peut être mesuré directement avec ce corrélateur, car les diverses formules des paragraphes II-4-2. qui utilisent sa valeur ne doivent être considérées que pour obtenir la précision sur une mesure, plutôt qu'une méthode de mesure de ce taux. Nous pouvons cependant l'estimer à partir des valeurs calculées :

$$\hat{\rho}(\theta) = \frac{\hat{C}_{12}(\theta)}{\sqrt{\hat{C}_{11}(o) \cdot C_{22}(o)}} \quad ,$$

et sa variance, compte tenu des conclusions sur les précisions de chacune d'entre-elles, ne dépend que de celle de son numérateur :

$$\text{Var}\left[\hat{\rho}(\theta)\right] \# \frac{\text{Var}\left[\hat{C}_{12}(\theta)\right]}{C_{11}(o).C_{22}(o)}$$

VII-3-2. Précision calculée sur une mesure

A la suite d'une mesure, nous obtenons à la sortie de l'intégrateur numérique un comptage :

$$N_{12}(\theta) = \frac{K}{T}\int_o^T v_1(t).v_2(t-\theta)\ .\ dt$$ en intercorrélation,

$$N_{11}(\theta) = \frac{K}{T}\int_o^T v_1(t).v_1(t-\theta)\ .\ dt$$ en autocorrélation sur la voie 1,

$$N_{22}(\theta) = \frac{K}{T}\int_o^T v_2(t).v_2(t-\theta)\ .\ dt$$ en autocorrélation sur la voie 2.

(K est le coefficient caractéristique de multiplication du corrélateur, exprimé en V^{-2}).

Les variances précédentes deviennent ainsi :

$$\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right] = \left[\frac{\pi^2}{8}\right]^2 . \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[N_{11}(\xi)\ .\ N_{22}(\xi)\right]\ d\xi$$

$$\text{Var}\left[N_{11}(\theta)\right] = \left[\frac{\pi^2}{8}\right]^2 . \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[N_{11}^2(\xi) + N_{11}^2(\xi+\theta)\right]\ d\xi$$

Le coefficient $\left[\frac{\pi^2}{8}\right]^2$ rend compte de l'augmentation de l'erreur due à la présence des deux modulations (nous avons calculé cette augmentation au paragraphe II.4 par comparaison avec un corrélateur fonctionnant sans modulation).

Le taux de corrélation maintenant calculé par :

$$\rho(\theta) = \frac{N_{12}(\theta)}{\sqrt{N_{11}(o)\ .\ N_{22}(o)}}$$

a une variance qui ne dépend que de celle calculée sur une mesure d'intercorrélation :

$$\text{Var}\left[\rho(\theta)\right] = \frac{\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right]}{N_{11}(o)\ .\ N_{22}(o)}$$

VII-3-3. - Précisions calculée et expérimentale sur n mesures.

Sur plusieurs mesures effectuées pendant le même temps d'intégration, nous pouvons évaluer une moyenne statistique du résultat et en chiffrer la dispersion.

D'une façon générale, la valeur moyenne d'une fonction de corrélation expérimentale N_{jk} , (j = 1 ou 2 et k = 1 ou 2) est définie sur n mesures par :

$$\overline{N}_{jk}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(N_{jk}\right)_i$$

L'erreur sur ce résultat peut être déduite des valeurs expérimentales, et exprimée par l'écart quadratique moyen :

$$\text{Var}\left(\overline{N}_{jk}(\theta)\right) = \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 \frac{\sum_{i=1}^{n} \left\{\left(N_{jk}(\theta)\right)_i - \overline{N}_{jk}(\theta)\right\}^2}{n-1}$$

En développant le numérateur, nous obtenons une expression plus facile à traiter avec un calculateur :

$$\text{Var}\left(\overline{N}_{jk}(\theta)\right) = \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(N_{jk}(\theta)\right)_i^2 - n\left(\overline{N}_{jk}(\theta)\right)^2}{n-1}$$

Cette estimation de la variance est sans biais, car lorsque le nombre de mesures est élevé elle tend vers la valeur théorique de la variance sur une mesure [27] :

$$\lim_{n\to\infty} \left\{ \text{Var}\left(\overline{N}_{jk}(\theta)\right) \right\} = \text{Var}\left(N_{jk}(\theta)\right)_i$$

Ceci constitue un moyen de vérifier le bon fonctionnement du corrélateur, en comparant la variance calculée sur une mesure à l'aide des fonctions d'autocorrélation, à celle qui résulte de la dispersion d'un grand nombre de mesures par rapport à leur valeur moyenne.

VII-3-4. - Cas important du bruit blanc

Les relations précédentes sont absolument générales et ne font pas intervenir la nature des signaux. Cependant, dans la plupart

des expériences de corrélation les signaux aléatoires de chaque voie sont constitués par un bruit stationnaire, gaussien, de valeur moyenne nulle et de densité spectrale sensiblement constante dans une bande de fréquence B.

En intercorrélation, la variance calculée sur une mesure devient (27) :

$$\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right] = \frac{1}{2BT}\left[N_{11}(o) \cdot N_{22}(o) + N_{12}^2(\theta)\right]$$

soit aussi :

$$\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right] = \frac{1}{2BT} \cdot N_{11}(o) \cdot N_{22}(o)\left[1 + \rho^2(\theta)\right]$$

Pour de faibles taux de corrélation $\rho^2(\theta)$ est négligeable devant l'unité, d'où :

$$\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right] \# \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 \frac{N_{11}(o) \cdot N_{22}(o)}{2BT}$$

Nous obtenons de même en autocorrélation sur la voie 1 :

$$\text{Var}\left[N_{11}(\theta)\right] = \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 \frac{N_{11}^2(o) + N_{11}^2(\theta)}{2BT}$$

En particulier pour un retard nul :

$$\text{Var}\left[N_{11}(o)\right] = \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 \frac{N_{11}^2(o)}{BT} \quad ,$$

et la précision relative qui résulte de la mesure de ce point est alors :

$$\varepsilon_{11}(o) = \frac{\sqrt{\text{Var}\left[N_{11}(o)\right]}}{N_{11}(o)} = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{BT}}$$

Cette relation très simple nous permet d'évaluer le temps minimum nécessaire pour obtenir une précision suffisante sur une mesure en autocorrélation.

Ainsi, avec une bande de 80 MHz, une précision de 0,1 % sera obtenue après un temps de 20 ms.

En fait, compte tenu de la vitesse de conversion de l'intégrateur tension-fréquence, ce temps théorique extrêmement faible doit être majoré. En conséquence, nous avons également considéré des périodes de 1 000 s pour ces mesures.

VII-4. - TABLEAUX RECAPITULATIFS

Nous avons regroupé dans les trois tableaux suivants les diverses relations précédentes, et exprimé les résultats avec leur variance pour des mesures en intercorrélation entre les deux voies 1 et 2, en autocorrélation sur la voie 1 (indices 2 pour la voie 2), ainsi que le taux de corrélation correspondant.

Les expressions de la variance dans le cas du bruit blanc sont données pour de faibles taux de corrélation.

Nous n'avons pas fait figurer dans le tableau II l'estimation expérimentale de la fonction d'autocorrélation à partir de n mesures, car la précision obtenue au bout d'une seule est en général, comme nous l'avons montré au paragraphe précédent, largement suffisante.

I - MESURES EN INTERCORRELATION

Théorique :

Fonction d'intercorrélation : $C_{12}(\theta) = \overline{v_1(t).v_2(t-\theta)}$

Variance

- cas général : $\mathrm{Var}\left(C_{12}(\theta)\right) = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(C_{11}(\xi).C_{22}(\xi)+C_{12}^2(\xi+\theta)\right)d\xi$
- faible taux de corrélation : $\mathrm{Var}\left(C_{12}(\theta)\right) \# \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty} C_{11}(\xi)\ .\ C_{22}(\xi)\ .\ d\xi$
- bruit blanc : $\mathrm{Var}\left(C_{12}(\theta)\right) \# \frac{C_{11}(o)\ .\ C_{22}(o)}{2BT}$

Expérimentale :

Estimation sur une mesure :

Fonction d'intercorrélation : $N_{12}(\theta) = \frac{K}{T}\int_o^T v_1(t)\ .\ v_2(t-\theta)\ .\ dt$

Variance calculée :

- cas général : $\mathrm{Var}\left(N_{12}(\theta)\right) = \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2.\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(N_{11}(\xi).N_{22}(\xi)+N_{12}(\xi+\theta)\right)d\xi$
- faible taux de corrélation : $\mathrm{Var}\left(N_{12}(\theta)\right) \# \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2.\ \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty} N_{11}(\xi).N_{22}(\xi).d\xi$
- bruit blanc : $\mathrm{Var}\left(N_{12}(\theta)\right) \# \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2.\ \frac{N_{11}(o)\ .\ N_{22}(o)}{2BT}$

Estimation sur n mesures :

Fonction d'intercorrélation : $\overline{N}_{12}(\theta) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(N_{12}(\theta)\right)_i$

Variance expérimentale : $\mathrm{Var}\left(\overline{N}_{12}(\theta)\right) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(N_{12}(\theta)\right)_i^2 - n\left(\overline{N}_{12}(\theta)\right)^2}{n-1}$

Variance calculée : $\mathrm{Var}\left(\overline{N}_{12}(\theta)\right)$ = variance calculée d'une mesure.

II - MESURES EN AUTOCORRELATION

Théorique :

Fonction d'autocorrélation : $C_{11}(\theta) = \overline{v_1(t) \cdot v_1(t-\theta)}$

Variance :

- cas général : $\mathrm{Var}\left[C_{11}(\theta)\right] = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(C_{11}^2(\xi)+C_{11}^2(\xi+\theta)\right)\,d\xi$

- bruit blanc : $\mathrm{Var}\left[C_{11}(\theta)\right] = \frac{C_{11}^2(o) + C_{11}^2(\theta)}{2BT}$

Expérimentale

Estimation sur une mesure :

Fonction d'autocorrélation : $N_{11}(\theta) = \frac{1}{T}\int v_1(t).v_1(t-\theta)\,.\,dt$

Variance calculée :

- cas général : $\mathrm{Var}\left[N_{11}(\theta)\right] = \left[\frac{}{}\right]^2 - \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(N_{11}^2(\xi)+N_{11}^2(\xi+\theta)\right)d\xi$

- bruit blanc : $\mathrm{Var}\left[N_{11}(\theta)\right] = \left[\frac{}{}\right]^2 - \frac{N_{11}^2(o) + N_{11}^2(\theta)}{2BT}$

III - TAUX DE CORRELATION

Théorique :

Taux de corrélation : $$\rho(\theta) = \frac{\overline{v_1(t) \cdot v_2(t-\theta)}}{\sqrt{\overline{v_1^2(t)} \cdot \overline{v_2^2(t)}}} = \frac{C_{12}(\theta)}{\sqrt{C_{11}(o) \cdot C_{22}(o)}}$$

Variance : $$\mathrm{Var}\left[\rho(\theta)\right] \# \frac{\mathrm{Var}\left[C_{12}(\theta)\right]}{C_{11}(o).C_{22}(o)}$$

Expérimental :

Estimation sur une mesure :

Taux de corrélation : $$\rho(\theta) = \frac{N_{12}(\theta)}{\sqrt{N_{11}(o) \cdot N_{12}(o)}}$$

Variance calculée : $$\mathrm{Var}\left[\rho(\theta)\right] \# \frac{\mathrm{Var}\left[N_{12}(\theta)\right]}{N_{11}(o).N_{22}(o)}$$

Estimation sur n mesures :

Taux de corrélation : $$\overline{\rho}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[\rho(\theta)\right]_i$$

Variance expérimentale : $$\mathrm{Var}\left[\overline{\rho}(\theta)\right] = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left[\rho(\theta)\right]_i^2 - n\left[\overline{\rho}(\theta)\right]^2}{n-1}$$

Variance calculée : $\mathrm{Var}\left[\overline{\rho}(\theta)\right]$ = variance calculée d'une mesure

VII-5. - MESURES EN AUTOCORRELATION

VII-5-1. - Réponse en fréquence

Nous avons relevé la réponse en fréquence du corrélateur en injectant en autocorrélation avec un retard nul entre ses deux voies, un signal sinusoïdal de valeur efficace 10 µV. Dans cette mesure, deux amplificateurs haute fréquence à large bande que nous avons utilisés pour augmenter de dix fois le niveau des signaux de certaines expériences, ont été insérés sur chaque voie afin de faire intervenir leur courbe de réponse.

La valeur du coefficient K, définie par la relation

$$N_{12}(\theta) = K \cdot \overline{v_1(t) \cdot v_2(t-\theta)}$$

est ainsi :

$$K_o = 3.10^{15}\ V^{-2}$$

dans une bande qui s'étend à - 3 dB de 750 kHz à 80 MHz.

Du côté des basses fréquences, la limitation à une fréquence de coupure de 750 kHz est volontairement obtenue dans l'amplificateur à large bande pour ne pas transmettre certains signaux parasites de fréquence peu élevée (dus à la tension secteur, à la commutation des relais, etc. ...).

VII-5-2. Réponse à des signaux aléatoires

Nous avons vérifié le fonctionnement du corrélateur en autocorrélation de signaux aléatoires, en utilisant les signaux anodiques de deux photomultiplicateurs PM_1 et PM_2 (figure VII.2) dont les photocathodes sont éclairées par une seule lampe à incandescence à l'aide d'un miroir semi-transparent.

Dans ces conditions, les fonctions d'autocorrélation relatives aux signaux de chaque photomultiplicateur ont une forme identique, que nous avons reproduit à la figure VII.3 avec une ordonnée normée graduée en comptage de l'intégrateur, et une abscisse graduée en retard θ exprimé en nanosecondes.

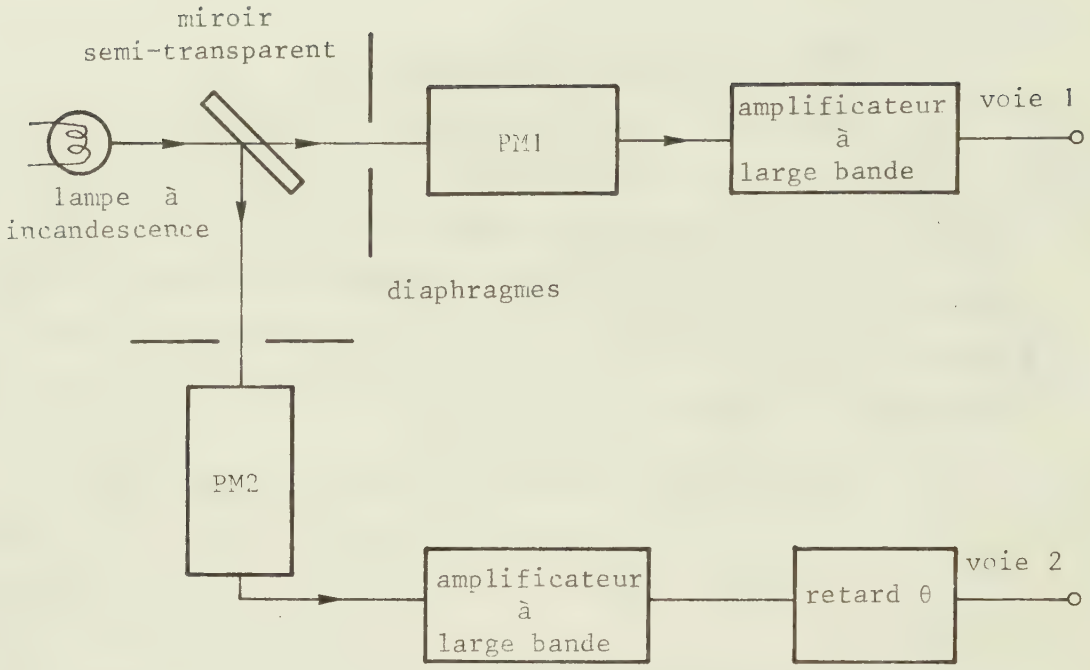


Fig. VII.2 - Obtention de signaux aléatoires non corrélés.

Pour $\theta = 0$, en interposant des atténuateurs coaxiaux sur chaque voie pour ne pas saturer les étages de sortie du corrélateur, nous avons obtenu les comptages suivants :

$N_{11}(o) = 320\,095$ avec 90 dB d'atténuation totale sur les deux voies,

$N_{22}(o) = 309\,504$ avec 82 dB d'atténuation totale sur les deux voies.

Les comptages que nous aurions eu sans atténuation sont alors :

$N_{11}(o) = 1{,}012.10^{10}$

$N_{22}(o) = 3{,}896.10^{9}$

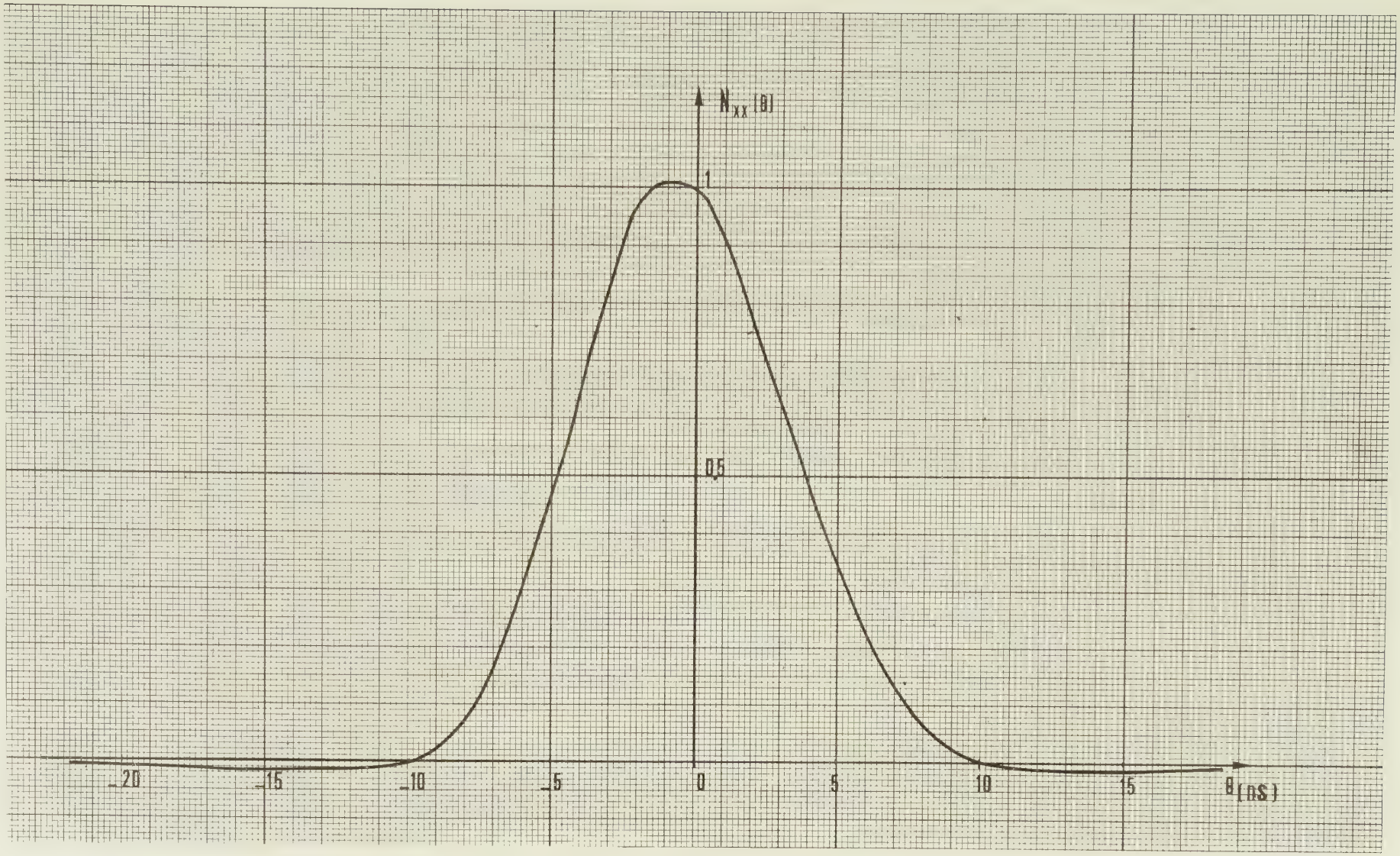


Fig. VII.3 - Fonction d'autocorrélation normée du signal anodique d'un photomultiplicateur.

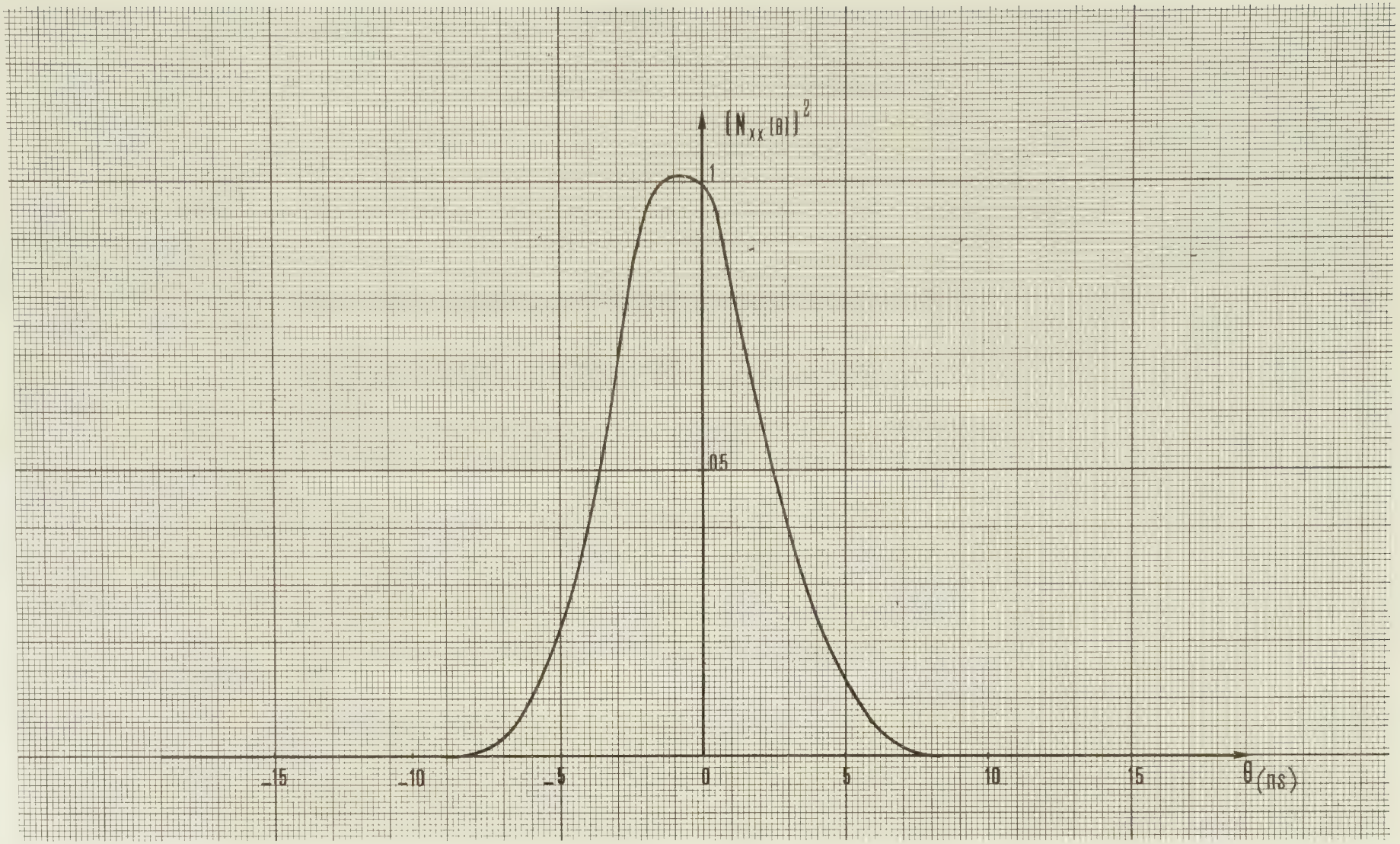


Fig. VII.4 - Fonction d'autocorrélation de la figure VII.3 élevée au carré.

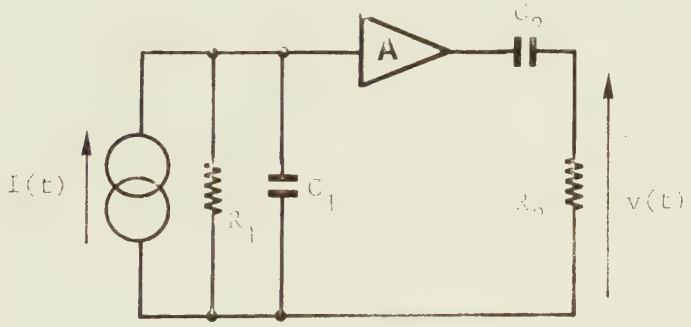
Nous constatons que le sommet de la courbe est très légèrement décalé d'environ une nanoseconde. Ce décalage qui correspont à une dissymétrie dans les retards de chaque voie du corrélateur, a été ensuite compensé par une longueur déterminée de cable coaxial.

Une autre particularité de cette fonction d'autocorrélation, est son passage vers des valeurs très faiblement négatives pour des retards supérieurs à 10 ns. Ce fait est dû à la forme particulière du signal impulsionnel fourni par les photomultiplicateurs.

Afin de vérifier la validité de ces résultats, nous allons au paragraphe suivant établir l'allure théorique de cette fonction, moyennant cependant certaines hypothèses simplificatrices.

VII-5-3. - Expression théorique de la fonction d'autocorrélation

Nous avons pu retrouver approximativement la forme de la fonction d'autocorrélation en supposant que le courant anodique d'un photomultiplicateur est formé par des impulsions de Dirac, et que le schéma équivalent de la liaison entre l'anode et l'entrée du corrélateur est celui de la figure VII.5.



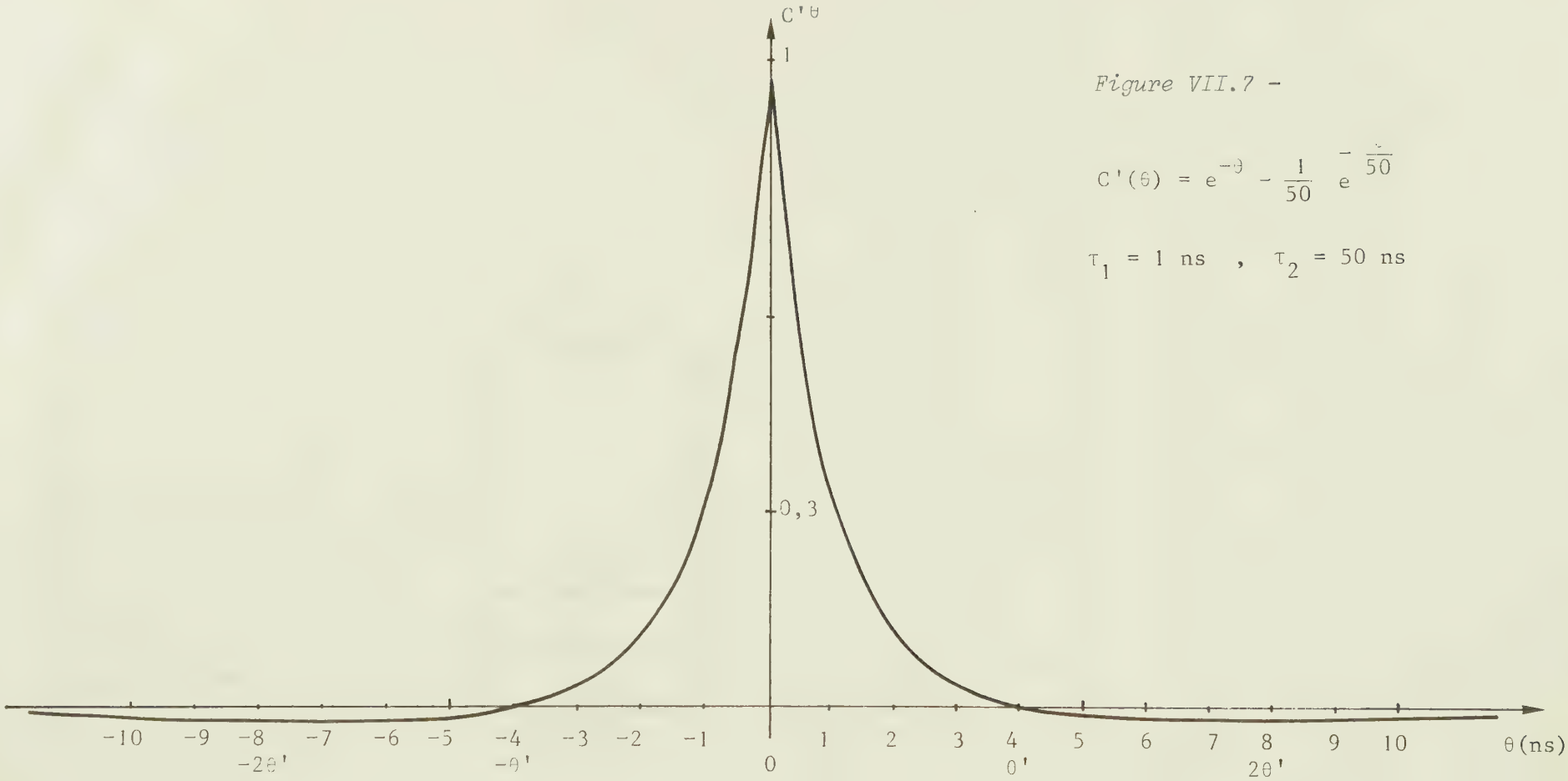


Figure VII.7 -

$$C'(\theta) = e^{-\theta} - \frac{1}{50}\, e^{-\frac{\theta}{50}}$$

$\tau_1 = 1$ ns , $\tau_2 = 50$ ns

La capacité C_1 représente la somme des capacités parasites, elle forme avec la résistance de charge anodique R_1 un circuit passe-bas qui intègre les impulsions de courant du photomultiplicateur. Le circuit passe-haut R_2C_2 supprime la composante continue des impulsions amplifiées pour qu'elles soient appliquées au corrélateur avec une valeur moyenne nulle.

Le signal v(t) calculé à l'aide de la transformée de Laplace est ainsi :

$$v(t) = \frac{A.I}{C_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}} \left(\frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{1}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

avec :

I : amplitude de l'impulsion de courant

$\tau_1 = R_1 C_1$: constante de temps du filtre passe-bas,

$\tau_2 = R_2 C_2$: constante de temps du filtre passe-haut.

A : gain de l'amplificateur.

D'après le second théorème de Campbell (29), la fonction d'autocorrélation d'un signal formé par une succession aléatoire d'impulsions, est égale à la fonction d'autocorrélation calculée entre la forme de deux de ces impulsions, multipliée par le nombre moyen d'impulsions par seconde (n) :

$$C(\theta) = n \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) \cdot v(t-\theta)\, dt$$

D'où il s'en suit :

$$C(\theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{n A I}{C_1} \right)^2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau_2^2}} \left(\frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{|\theta|}{\tau_1}} - \frac{1}{\tau_2} e^{-\frac{|\theta|}{\tau_2}} \right)$$

Nous avons tracé à la figure VII.7 la variation en fonction de θ du terme $C'(\theta)$ entre parenthèses, avec une constante de temps τ_1 unité et une constante de temps τ_2 cinquante fois plus grande, correspondant au même rapport entre les fréquences de coupure haute et basse de la courbe de réponse du corrélateur.

Cette fonction décroît d'abord exponentiellement avec une constante de temps τ_1, puis devient négative à partir d'un retard θ' :

$$\theta' = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \text{ Log}_e \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad ,$$

et tend ensuite exponentiellement vers zéro avec la constante de temps τ_2, après être passée par un extrémum négatif pour un retard égal à $2\theta'$.

Pour τ_2 très supérieur à τ_1, ce qui est ici le cas, le rapport entre les valeurs avec un retard nul et un retard $2\theta'$ est :

$$\frac{C_{xx}(o)}{C_{xx}(2\theta')} = -\frac{\tau_2}{\tau_1} \quad \text{, soit 50 en valeur absolue.}$$

L'allure de cette courbe théorique est donc assez semblable à celle relevée expérimentalement, mis à part son sommet pointu qui ne traduit pas un phénomène physique, et qui est dû à notre hypothèse sur la forme des impulsions anodiques. En effet, celles-ci ont en réalité une forme qui s'approche bien plus d'une courbe de Gauss que d'une impulsion de Dirac, et l'impulsion v(t) qui en résulte possède en particulier un temps de montée non nul.

Mais si la détermination de v(t) avec une forme Gaussienne, ou une forme triangulaire plus simple, est facile, le calcul de sa fonction d'autocorrélation est par contre extrêmement fastidieux car il fait appel à un grand nombre d'intégrations numériques. Notre propos n'étant pas d'expliciter cette fonction, nous pensons que cet exemple est cependant suffisant pour expliquer l'allure de la courbe expérimentale.

VII-5-4. - Evaluation de la précision sur une mesure en intercorrélation

VII-5-4-1. - Intégration de la fonction d'autocorrélation

En nous reportant aux conclusions du paragraphe VII-3-2, la précision sur une mesure d'intercorrélation d'une durée de 1 000 secondes peut être évaluée avec la relation :

$$\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right] = 10^{-3} \left(\frac{\pi^2}{8}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} N_{11}(\xi) \cdot N_{22}(\xi)\, d\xi$$

Nous avons représenté à la figure VII.4 le produit des fonctions d'autocorrélation normées qui nous a servi à calculer l'intégrale dont la valeur est de 7,1 ns. Il en résulte avec :

$$N_{11}(o) \cdot N_{22}(o) = 3{,}94.10^{19} \quad \left[\text{unité : (comptage)}^2\right] \quad ,$$

une variance :

$$\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right] = 3{,}45.10^{8} \left[\text{unité : (comptage)}^2\right]$$

Ce résultat théorique représente donc une dispersion de 18 600 sur les comptages de chaque mesure d'intercorrélation.

VII-5-4-2. - Signaux anodiques considérés comme du bruit blanc

Dans les conditions de la plupart des expériences prévues, l'intensité lumineuse reçue par chaque photomultiplicateur étant très importante, la cadence des impulsions anodiques est grande, si bien qu'elles se recouvrent souvent et que la distribution de l'amplitude du signal résultant peut être assimilée à une loi de Gauss. L'examen sur un analyseur de spectre de la densité spectrale énergétique nous montre qu'elle est sensiblement constante jusqu'à environ 80 MHz, et que dans cette bande le signal peut être considéré comme un bruit blanc (*).

Il vient alors :

$$\text{Var}\left[N_{12}(\theta)\right] = 3{,}75.10^{8}$$

soit un écart type de 19400 sur chaque mesure.

Cette valeur est tout à fait comparable à la précédente car nous pouvons attribuer la différence à une évaluation imprécise de la bande de bruit.

(*) Le fabricant des photomultiplicateurs (types 56 AVP Radiotechnique) indique une bande passante minimale de 65 MHz (38).

VII-6. MESURES EN INTERCORRELATION

A l'aide du même montage (figure VII.2), nous avons vérifié le fonctionnement du corrélateur en intercorrélation entre les signaux de chaque photomultiplicateur.

La source lumineuse étant toujours une lampe à incandescence, dont le rayonnement non cohérent doit entraîner une absence de corrélation, nous avons fait une série de 260 mesures avec un retard θ nul.

Après cette mesure de très longue durée, les résultats traités sur une calculatrice programmable s'établissent à :

$$\overline{N_{12}}\ (o) = 211$$

$$\text{Var}\left[\overline{N_{12}}\ (o)\right] = 6{,}40.10^{8}\ ,$$

soit un écart type de 25 300.

Cette variance supérieure à celle prévue théoriquement, doit en fait être considérée comme la somme de la variance des signaux propres à l'expérience et de celle du bruit propre du corrélateur. Celui-ci étant en effet utilisé avec son gain maximum, il créé un niveau de bruit non négligeable dont nous avons mesuré la variance après avoir éteint la lampe à incandescence et effectué une série de 54 mesures. Nous avons ainsi trouvé une valeur de $1{,}16.10^{10}$, qui ramenée à une mesure pour un total de 260 nous donne par extrapolation une évaluation de $2{,}37.10^{8}$. La variance due aux signaux de l'expérience est donc :

$$\text{Var}\left[N_{12}(o)\right] = 4{,}03.10^{8}$$

soit un écart type d'environ 20 000.

Ce résultat est maintenant effectivement plus proche de celui prévu théoriquement par les méthodes précédentes.

Avec une valeur moyenne qui n'est que le centième de l'écart type, on peut conclure qu'il n'y a pas de corrélation significative entre les deux voies, et que à la précision de cette expérience près, d'une part la source lumineuse ne présente pas de caractère

de cohérence, et d'autre part le corrélateur n'introduit pas de corrélation parasite,due par exemple aux effets des émetteurs à modulation de fréquence cités précédemment.

Si l'on définit la sensibilité de cet appareil par le taux de corrélation minimum obtenu avec un rapport signal sur bruit unité, elle ne dépend alors que du temps maximum pendant lequel il peut correctement fonctionner, c'est-à-dire fournir dans une expérience analogue à celle-ci une valeur moyenne inférieure à l'écart type de la dispersion des mesures.

A la suite d'une intégration pendant 26.10^4 s (correspondant avec les temps d'étalonnage et d'enregistrement des résultats à plus de 4 jours de manipulation), il est donc possible de détecter des taux de corrélation de $2,5.10^{-7}$. En fait, les résultats que nous avons obtenus au cours de multiples autres expériences, nous montrent qu'il est possible d'envisager des durées d'intégration d'un mois pour accéder à la mesure de taux de l'ordre de 10^{-7}.

VII-7. - UTILISATION DU CORRELATEUR

Ce corrélateur analogique a été utilisé par A. MORA (24) pour effectuer deux expériences de corrélation de photons.

VII-7-1. - Expérience d'HANBURY BROWN et TWISS

Elle consiste à mettre en évidence le bruit correspondant au "groupement des photons" qui se manifeste sur certaines sources (39).

Le montage expérimental est identique à celui de la figure VII.2, la lampe à incandescence étant remplacée par une lampe extrêmement brillante (arc au mercure). Un diaphragme possédant un trou de très faible diamètre (0,25 mm) ainsi qu'un filtre interférentiel sont également placés devant la lampe de façon à obtenir une source ponctuelle et à filtrer la raie bleue du mercure à 4358Å.

Les divers points de la courbe du taux de corrélation (dont le maximum est $1,12.10^{-5}$) ainsi que leur variation en fonction de certains paramètres sont en parfait accord avec ceux calculés théoriquement.

Cette première expérience est particulièrement importante, car elle nous permet de conclure sur le bon fonctionnement général du corrélateur et sur la possibilité de mesurer de très faibles taux de corrélation.

VII-7-2. - Mesure de la durée de vie d'états atomiques excités.

La mesure par corrélation analogique de la durée de vie de niveaux d'atomes excités est une méthode originale. Elle présente en particulier l'intérêt d'être applicable à des sources d'intensité lumineuse importante, car la superposition des impulsions recueillies sur l'anode des photomultiplicateurs n'altère absolument pas le résultat, contrairement à ce qui se produit dans les méthodes de comptage (40) et de conversion temps-amplitude.

L'expérience consiste à mesurer le temps moyen qui s'écoule entre le peuplement et le dépeuplement par des électrons d'un niveau déterminé d'atomes excités. Ces deux effets ont lieu avec émission de photons d'énergies différentes qui sont reçus sur les cathodes de deux photomultiplicateurs. La fonction d'intercorrélation des signaux anodiques présente alors une décroissance exponentielle dont la constante de temps est la durée de vie recherchée.

La détermination de la durée de vie du niveau 7^3S_1 du mercure a été ainsi effectuée, et a nécessité la mesure de taux de corrélation compris entre $1{,}59.10^{-5}$ et $0{,}08.10^{-5}$. Le résultat est en très bon accord avec celui obtenu par effet HANLE (41).

Il résulte de ces deux expériences que le corrélateur est parfaitement utilisable pour mesurer des taux de corrélation très faibles, jusqu'à 10^{-7}, entre des signaux dont la fréquence est comprise entre 1 et 100 MHz.

C O N C L U S I O N

Au cours de ce travail nous avons montré qu'il est possible d'utiliser des transistors à effet de champ à jonction de grille pour réaliser un corrélateur analogique à large bande et de grande sensibilité.

Une étude expérimentale détaillée du fonctionnement de ces transistors pour de faibles différences de potentiel drain-source nous a permis d'établir une équation très simple des courbes caractéristiques.

En application de cette relation nous avons étudié le fonctionnement théorique d'un corrélateur symétrique comportant deux transistors à effet de champ. Nous en avons déduit qu'il est possible de compenser une légère dissymétrie et d'annuler les termes quadratiques résultant de la multiplication, par un choix convenable des résistances de charge du corrélateur.

Bien que le montage symétrique constitue une nette amélioration de celui à un seul transistor, l'influence des éléments parasites diminue cependant sensiblement les performances aux fréquences élevées. Nous avons alors, suivant la proposition de Monsieur MORA, été amenés à moduler chaque voie d'entrée, et nous avons montré, au cours d'une étude théorique du spectre du signal de corrélation et du rapport signal sur bruit, que deux modulations à des fréquences différentes éliminent complètement l'effet des termes quadratiques et rendent ainsi le corrélateur pratiquement parfait.

Nous avons profité de la transformation de la composante continue, résultant de la corrélation, en un signal alternatif pour concevoir une chaîne d'amplificateurs sélectifs et de démodulateurs synchrones. Cela nous a permis d'obtenir un signal de niveau suffisant, qui a été ensuite intégré à l'aide d'un convertisseur tension-fréquence afin d'augmenter la précision de sa mesure.

Nous avons également réalisé un système séquentiel pour automatiser la succession des périodes d'intégration et d'enregistrement des résultats. Nous avons ainsi effectué plus facilement des séries de

mesures de contrôle, puis deux expériences de corrélation de photons. Nous avons constaté l'excellent fonctionnement du corrélateur et son aptitude à mettre en évidence de très faibles taux de corrélation, de l'ordre de 10^{-7}, entre des signaux d'une étendue spectrale de 1 à 100 MHz.

Ce corrélateur ouvre donc un domaine d'application particulièrement vaste aux études qui jusqu'ici n'étaient réalisées qu'en basse-fréquence (quelques centaines de kilohertz au maximum). Si en acoustique et en automatique une aussi grande largeur de bande n'est peut être pas toujours nécessaire, par contre en électronique, optique, physique nucléaire, radio-astronomie, etc ..., elle est très souvent un facteur fondamental qui influe fortement sur les résultats et la précision des mesures.

Nous pensons que cet appareil pourra être utilisé dans de nombreuses expériences, et nous espérons apporter ainsi une contribution à l'étude de certains phénomènes physiques à l'aide des méthodes de corrélation.

B I B L I O G R A P H I E

CHAPITRE I

(1) SHOCKLEY W., Proc. IRE, vol. 40, novembre 1952, p. 1365-1376.

(2) TESZNER S., Onde Electrique, vol. 41, n° 409, avril 1961, p. 307-320.

(3) BOBENRIETH A. et LEGAGNEUX M., Onde Electrique, vol. 43, n° 430, janvier 1963, p. 32-48.

(4) GOSLING W., Applications des transistors à effet de champ, Dunod, 1966, traduction de "Field Effect Transistor Applications", Temple Press Book Ltd, 1964.

(5) SEVIN L.J., Les Transistors à effet de champ, Dunod, 1967, traduction de "Field-Effect Transistors", Mc Graw-Hill Book Compagny, 1965.

(6) PARDIES J., deuxième thèse, Université de Bordeaux, 1967.

(7) BLASQUEZ M., Thèse de spécialité, Université de Bordeaux, 1968.

(8) PISTOULET B. et SAVELLI M., Physique des dispositifs électroniques, Dunod, 1968.

(9) MIDDLEBROOK R.D., Proc. IEEE, vol. 51, n° 8, août 1963, p. 1146-1147.

(10) RICHER I., MIDDLEBROOK R.D., Proc. IEEE, vol. 51, n° 8, août 1963, p. 1145-1146.

(11) LE MEE J., MARTIN A.V.J., Proc. IEEE, vol. 52, n° 3, mars 1964, p. 314-315.

(12) ARCISZEWSKI H., Mesure sur les transistors, Editions Chiron, partie III, chapitre 2, p. 519-568.

(13) VON OW H.P., Proc. IEEE, vol. 56, n° 10, octobre 1968, p. 1718-1719.

(14) MORA A. et HENRY H., C. R. Acad. Sciences Paris, tome 273, décembre 1971, p. 1085-1087.

(15) COWLES L.G., Proc. IEEE, vol. 52, n° 2, février 1964, p. 200.

(16) WEDLOCK B.D., Proc. IEEE, vol. 57, n° 1, janvier 1968, p. 75-77.

(17) LOE J.M., Electronic Design, vol. 11, août 1963, p. 72.

(18) HIGHLEYMAN W.H., IRE Trans., vol. CS-10, septembre 1962, p. 320.

(19) RADEKA V., IEEE Trans. of Nuclear Science, Janvier 1964, p. 302 à 307.

(20) ØSTERFJELLS S., Proc. IEEE, vol. 53, n° 5, mai 1965, p. 521.

(21) SINIGAGLIA G. et COLLA G., Alta Frequenza, vol. 35, n° 7, 1966, p. 545-547.

(22) VEDEL P., Thèse de spécialité, Bordeaux.

(23) MORA A. et HENRY H., C. R. Acad. Sciences Paris, tome 279, p. 1209-1211.

(24) MORA A., Thèse d'Etat, Bordeaux, 1973.

CHAPITRE II

(25) ARSAC J., Transformation de Fourier et théorie des distributions, Dunod, 1961.

(26) BASS J., Eléments de calcul des probabilités, Masson, 1967.

(27) BENDAT J.S. and PIERSOL G., Random Data : Analysis and Measurement Procedures, Wiley-Interscience, 1971.

(28) BLANC-LAPIERRE A. et PICINBONO B., Propriétés statistiques du bruit de fond, Masson, 1961.

(29) GRIVET P. et BLAQUIERE A., Le bruit de fond, Masson, 1958.

(30) ROUBINE E., Introduction à la théorie de la communication, Tome II, Signaux aléatoires, Masson, 1970.

(31) SPATARU A., Théorie de la transmission de l'information, Tome I Signaux et bruits, Masson, 1970.

(32) SPEIGEL M.R., Théorie et application de la statistique, Mc Graw-Hill, 1972.

(33) STERN J., DE BARBEYRAC J. et POGGI R., Méthodes pratiques d'étude des fonctions aléatoires, Dunod, 1967.

CHAPITRES III à VI

(34) BILDSTEIN P., Filtres actifs, Editions Radio, 1972.

(35) DAMAYE R., L'amplificateur opérationnel, Editions Radio, 1972.

(36) MARCHAIS J-C., L'amplificateur opérationnel et ses applications, Masson, 1971.

CHAPITRE VII

(37) HENRY J., Les interconnexions en Electronique, Masson, 1970.

(38) PIETRI C. et NUSSLI J., Techniques Philips, n° 3, mai-juin 1968, p. 15 à 37.

(39) HANBURY BROWN R. and TWISS R.Q., Nature, 7 janvier 1956, p. 27 à 29.

(40) PARDIES J., Thèse d'Etat, Bordeaux, 1967.

(41) HANLE W. et RICHTER E.F., Zt, Schr. f. Physik, 1929, vol. 54, p. 811.

Vu et approuvé

Talence, le 2 Août 1973

P. *Le Président de l'Université*
de BORDEAUX I

Le Premier Vice-Président